remas parecidos, indicados por primera vez por Schur mismo, éste obtiene una serie de muy interesantes y sorprendentes teoremas sobre ecuaciones algebraicas:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0,$$

con coeficientes *enteros* $a_0, a_1, \ldots a_n$. Por ejemplo demuestra Schur que tales ecuaciones que tengan sólo raíces reales y todas distintas entre sí, las que cumplan además con la condición

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} \leqq \gamma,$$

hay sólo en número finito, para cada valor de a_0, si $\gamma < \sqrt{e} = 1{,}6487\ldots$; en cambio, hay infinitas ecuaciones de esa misma clase si $\gamma \geqq 2$.

Por fin sea citado por lo menos el título de una importantísima publicación de Schur sobre ciertas funciones complejas: «Ueber Potenzreihen, die im Innern des Einheitskreises beschraenkt sind» (en «Journal...», vol. 147 y 148); pues, el espacio limitado no nos permite entrar mayormente en detalles.

Tampoco es posible citar los numerosos trabajos que debemos a Schur sobre los más variados problemas de la teoría de los números; sin embargo esperamos haber dado una idea de la vastedad de la obra científica de Schur y de la consiguiente pérdida que su muerte significa para la ciencia.

Roberto Frucht

CUESTIONES ELEMENTALES

13. — Es bien conocido el problema llamado de los tres pueblos y las tres fuentes: Dados tres puntos A, B, C y otros tres A', B', C', del mismo plano, es imposible trazar desde cada uno de los primeros a cada uno de los segundos un arco tal que los nueve arcos no se corten en ningún punto distinto de los seis dados.

Se propone demostrar que en la superficie tórica y también en el plano proyectivo y en el anillo de Moebius, el problema tiene siempre solución. ¿Qué sucede si en vez de la segunda terna se da una cuaterna A' B' C' D'?

14. — El famoso geometra Moebius se complacía en proponer a sus discípulos este problema:

Un príncipe oriental repartió su reino entre sus cinco hijos de modo tal que cada dos porciones tenían frontera común. ¿Es posible?