ENSAYO DE DIVISIBILIDAD BASADO EN LA TEORIA DE LAS CONGRUENCIAS

1\. — *Coeficientes de divisibilidad.* Se entiende por coeficiente centenar de un número, el resto logrado al dividir a 100 por dicho número. Este coeficiente puede ser aditivo o sustractivo, según que el cociente sea por defecto o exceso.

$$100 = m\,7 + 2 \qquad\qquad 100 = m\,17 - 2$$

Por tener aplicaciones en la divisibilidad y en las mismas por multiplicar a los guarismos que expresan centenas (en los casos fundamentales), es que se le ha denominado coeficiente centenar (C. c.). En forma semejante, se puede obtener un coeficiente decenario (C. d.), millar (C. m.), o diezmillar (C. X. m.).

2\. — *1er. Caso.* Cualquier múltiplo de 100 es divisible por un número, si el C. c. de dicho número, multiplicado por el guarismo que expresa las centenas, es un múltiplo del divisor dado.

$$\text{C. c. } 7 = 2, \quad 700 = m\,7 + \text{C. c. } 7 \times 7 = m\,7 + 2 \times 7 = m\,7.$$

3\. — *2o. Caso.* Cualquier número compuesto de tres guarismos es divisible por un número, si el C. c. de dicho número multiplicado por el guarismo que expresa las centenas más el bidígito que completa el número propuesto, es un múltiplo del divisor dado.

$$\text{Número} = N_3 \times 100 + N_2 \times 10 + N_1 \text{ sea del divisor dado.}$$

$$\text{Número} = md + N_3 \times \text{C. c. d.} + N_2 \times 10 + N_1.$$

4\. — *3er. Caso.* Cualquier número polidígito es divisible por un divisor dado, si el producto formado por el C. c. de dicho divisor con el primer guarismo del polidígito (contando de izquierda a derecha) más los dos guarismos que le siguen y continuando estas operaciones en igual forma con el resultado de la suma obtenida y los guarismos restantes del polidígito, se logra un último bidígito igual a 0 ó múltiplo del divisor dado.

5\. — Ejemplos: C. c. 7 = C. c. 14 C. c. = C. c. 49 = C. c. 92 = 2

No Po = 3̇183	No Po = 9̇932	1̇32
6	18	2
2̇43	1̇11	34
4	2	
47	132	

$$3183 = m\,98 + 47 = m\,49 + 47 = m/4 + 5 = m\,7 + 5$$

$$9932 = m\,98 + 34 = m\,49 + 47 = m/4 + 6 = m\,7 + 6$$

6\. — Coeficientes millares y diezmillares. En este caso, el razonamiento es idéntico al que se hace en los coeficientes centenares y lo mismo el mecanismo; indudablemente que se considera el millar o los diezmillares en vez de la centena, y en lugar de tres se separan cuatro o cinco guarismos. El coeficiente millar o diezmillar no da un resultado completo, pues se tiene quue dividir el resto que es mayor de tres guarismos por el divisor dado; en dicho caso se utiliza el C. c.

7\. — Coeficientes comunes a varios números primos. Si los coeficientes de divisibilidad resultan comunes a varios números primos, se logra gran utilidad cuando se investiga si un número es primo o compuesto.

El C. c. (11,9 y 3) = 1; C. m. (23 y 41) = 11

C. m. (29 y 31) = 101.

Véase que, en esta forma, los coeficientes comunes compensan el tener que utilizar dos coeficientes (C. m. y C. c.) para la completa divisibilidad de un número respecto a dos divisores dados.

8\. — Ejemplo: Nº Pº = 4672

$$\text{C. m.}\left\{\begin{matrix}23\\43\end{matrix}\right\} = 11 \qquad \begin{array}{r} 4672 \\ \underline{44} \\ 716 \end{array} \;\ldots\ldots\; 716$$

$$\text{C. c. } 23 = 8 \qquad 8/\ \begin{array}{r} 716 \\ \underline{56} \\ 72 \\ 3 = R_{23} \end{array} \qquad 14/\ \begin{array}{r} 716 \\ \underline{98} \\ 114 \\ \underline{14\ 28 = R_{43}} \end{array}$$

$$\text{C. c. } 43 = 14$$

9\. — *Coeficientes sustractivos.* Por su propia naturaleza se aplican restando, como los aditivos se aplican sumando.

10\. — *Observación.* Cuando el coeficiente centenar es negativo y el producto de dicho coeficiente por las centenas consideradas, es mayor que los dos guarismos que a dichas centenas le siguen, a las mismas, mentalmente, se le quita uno en su valor absoluto y se toma como sustraendo el producto formado por el número de las centenas menos uno y el coeficiente centenar; y como minuendo a un grupo de tres guarismos, formado por la centena quitada y los antedichos guarismos que siguen a las centenas.

11. — *Ejemplos:*

$D^{sor} D^{o} = 13$ $N^{o} P^{o} = \overset{1}{7}27$

$C.\ c.\ 13 = -4$

$$\begin{array}{r} 727 \\ -24 \\ \hline 103 \\ -4 \\ \hline \end{array}$$

$R_{13} = -1 = 12$

$N^{o} P^{o} = \overset{1}{8}39$

$D^{sor} D^{o} = 37$

$C.\ c.\ 37 = -11$

$$\begin{array}{r} 839 \\ -77 \\ \hline 62 \end{array}$$

$R_{37} = 25$

12. — También se pueden hacer combinaciones de coeficientes millares y diezmillares sustractivos con centenares aditivos o sustractivos.

Ejemplo: $N^{o} P^{o} = 6527$

$D^{sor} D^{o} = 19$

$C.\ m.\ (19 \text{ y } 53) = -7$

$C.\ c.\ 19 = +5$

$$\begin{array}{r} 6527 \\ -42 \\ \hline 485 \\ 20 \\ \hline 105 \\ 5 \\ \hline \end{array}$$

$R_{19} = 10$

$D^{sor} D^{o} = 53$

. . . . 485

$C.\ c.\ 53 = -6$

$$\begin{array}{r} 485 \\ -24 \\ \hline 61 \end{array}$$

$R_{53} = 8$

Tabla de los números primos menores de 100 y sus correspondientes coeficientes de divisibilidad.

N. P.	C. m.	C. c.	C. d.	N. P.	C. m.	C. c.	N. P.	C.X.m.	C. m.	C. c.
2/5			0	29	101	+ 13	61	—	—	—
3		+ 1		31	101	+ 7	67		— 5	1/2
7	— 1	+ 9		37		— 11	71	—	—	—
11		+ 1		41	—	—	73		— 22	+ 27
13	— 1	+ 9		43	+ 11	+ 14	79	—	—	—
17	— 3	+ 2		47		+ 6	83		+ 4	+ 17
19	— 7	+ 5		53		— 6	89			+ 11
23	+ 11	+ 8		59		— 18	97			+ 3

Lógico es reconocer que sin un aprendizaje previo, la utilización de estos coeficientes no resulta práctica, aunque se opere directamente y con mayor rapidez que en la división; pero de los mismos surgen algunas reglas que se ponen a la consideración del lector.

REGLAS DE DIVISIBILIDAD

Divisibilidad por 7 y 13. Todo número es divisible por 7 y 13, si agrupados sus guarismos de tres en tres, de derecha a izquierda y tomados alternativamente a sumar y restar, resulta un tridígito al que aplicándole C. c. = 9, da un bidígito *igual a* 0 *ó múltiplo* de 7 y 13.

Divisibilidad por 17, 19 y 23. Todo número es divisible por 17, 19 y 23, si aplicando respectivamente C. c. 17 = — 2, C. c. 19 = = 5 y C. c. 23 = 8, se logra un resto bidígito igual a 0 ó múltiplo del divisor considerado.

La anterior regla se hace extensiva con C. c. = — 2 para 34, 51 y 102; con C. c. = 5 para 95; con C. c. = 8 para 46 y 92.

Divisibilidad por 29 y 31. Todo número es divisible por 29 y 31, si aplicando C. m. = 101 da un tridígito, el que, a su vez, al aplicarle C. c. = (13, 7), dan respectivamente bidígitos iguales a 0 ó múltiplos de 2 31.

Aplicando la clásica regla de divisibilidad por 2, 5 y las aquí expuestas a excepción de la primera, se puede investigar si un número menor que 1000 es primo o compuesto.

Divisibilidad por 37. Todo número es divisible por 37, si agrupados sus guarismos de tres en tres de derecha a izquierda y sumados sucesivamente hasta obtener un tridígito, el que, a su vez, al aplicarle C. c. 37 = — 11, da un bidígito igual a 0 ó un múltiplo de 37.

Esta regla se hace extensiva para 111.

Divisibilidad por 53 y 47. Todo número es divisible por 53 y 47 si aplicando respectivamente C. c. 53 = — 6 y C. c. 47 = + 6 resultan bidígitos iguales a 0, 53 y múltiplos de 47.

Esta regla se hace extensiva en sus respectivos coeficientes para 106 y 94.

Divisibilidad por 89 y 97. Todo número es divisible por 89 y 97, si aplicando respectivamente C. c. 89 = = 11 y C. c. 97 + + 3, dan bidígitos iguales a 0, 89 y 97.

En todos estos casos los restos obtenidos cuando el número no es múltiplo del divisor, son los mismos que se logran al dividir el número propuesto por el divisor considerado.

Juan José Rebella