grales de Perron y Denjoy, porque en estas últimas las propiedades se toman salvo un conjunto numerable y el principio de Saks se verifica salvo un conjunto nulo.

Haciendo un complemento a los métodos de Saks creo haber extendido los teoremas de unicidad de las integrales de Perron y Denjoy de modo análogo a como lo fué el de Lebesgue.

(1) J. C. BURKILL. *Functions of intervals.* Proc. Lond. Math. (2) 22, 1924.
(2) J. C. BURKILL, *The derivates of functions of intervals.* Fund. Math. 5, 1924.
(3) S. SAKS. *Sur les fonctions d'intervalle.* Fund. Math. 10, 1927.
(4) S. SAKS. *Theorie de l'integrale.* Warzzawa, 1933.
(5) R. C. YOUNG. *Functions of intervals.* Math. Zeitsch. 29, 1928.
(6) B. C. GETCHELL. *On the equivalence of two methods of defining Stieltjes integrals.* Bull. of Americ. Math. Soc. 41, 1935.
(7) T. H. HILDEBRANDT. *Definitions of Stieltjes integrals* Americ. Math. Monthly 45, 1938.
(8) A. KOLMOGOROFF. *Untersuchungen uber den Integralbegriff.* Math. Ann. 103, 1930.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

INFORMES Y COMUNICACIONES DE LA TERCERA REUNION DEL NUCLEO DE FISICA

LA PLATA, Instituto de Física, Agosto de 1944

Preside: DR. HÉCTOR ISNARDI

SESION DEL 28 DE AGOSTO

Informes:

C. MOSSIN KOTIN (Buenos Aires). *Fisión Nuclear.*

El procedimiento de la radioactividad artificial de bombardear elementos con partículas (neutrones, partículas α, fotones, deutones) condujo en el caso de los elementos más pesados de la tabla de Mendeleeff (Ur, Th) a resultados inesperados que abrieron un capítulo nuevo en la física atómica: el de las fisiones nucleares. Las primeras interpretaciones de las experiencias (Fermi y colaboradores, 1934) realizadas con neutrones bombardeando *Ur* y *Th,* admitieron el hallazgo de los elementos de serie radioactiva $4n+1$, no existente, y el de los trasuranianos, elementos que prolongan la tabla periódica. En 1939, Hahn y Strassmann (Naturwissensch, pág. 89) dieron una interpretación satisfactoria del proceso reconociendo que, por el bombardeo de los neutrones, el núcleo de *Ur* o de *Th* se divide en otros dos, isotopos de elementos conocidos, y tales que la suma de sus respectivos números atómicos es igual a 92. Se probó también que los neutrones termales son responsables, con un gran porcentaje, de la catástrofe nuclear, siendo el isotopo U^{235} el que sufre tal proceso. (Bohr y Wheeler, Phys. Rev. 1939, 56, pág. 426).

El informe que presentamos pone al día sobre los diferentes asuntos que abarca el problema complejo de las fisiones nucleares. Fueron tratados en el siguiente orden:

Primeras experiencias e interpretaciones: los trasuranianos y la serie radioactiva $4n+1$. Importancia del reconocimiento químico. Los trasuranianos actualmente. Actividades α y β de los radio-elementos formados. Reconocimiento de la fisión: diferentes productos obtenidos, cadenas de elementos radioactivos. Energía liberada en la fisión: procedimientos para determinarla. Emisión de neutrones: secundarios y retardados. Determinación de las secciones eficaces para los diferentes procesos posibles: dispersión, fisión, absorción, evaporación de neutrones, formación de *Ur* activo. Explicaciones teóricas del proceso y diferentes modelos del núcleo, que responden a los interrogantes del proceso; por ej.: la fisión explicada como consecuencia de una moderada activación de la energía del núcleo por su captura de un neutrón; la no existencia en la naturaleza de elementos estables con número de masa mayor que 238; la ganancia de energía obtenida en el balance energético del proceso, etc. Adopción del modelo de la gota líquida: juego contrario de las fuerzas superficiales y de volumen; efecto túnel. Fisiones del *Ur* y *Th* provocadas por el bombardeo con otras partículas con energías convenientes: partículas α, fotones, deutones. Posibilidad de obtener fisiones en cadena: el *Ur* como fuentes ilimitada de energía. Aplicaciones técnicas del proceso: control del mismo.

JUAN T. D'ALESSIO (Buenos Aires). *Métodos Químicos y Fisión Nuclear.*

Los métodos químicos que se emplean para separar pequeñas cantidades de isótopos radioactivos, no pueden extenderse a la investigación de posibles elementos radioactivos no contenidos en la tabla periódica, cuando éstos se hallan en cantidades del orden de 10^{-15}g; la interpretación de los resultados es incierta por los fenómenos de adsorción por precipitados, sobresaturación, etc.

Así se explica que entre los elementos radioactivos artificiales que se producen en la desintegración del uranio por bombardeo con neutrones, se haya creído identificar elementos de número atómico superior a 92 — transuranianos — tratándose en realidad de isótopos de elementos conocidos. (Ver bibliografía en L. A. Turner, Rev. Modern Physics, *12*, p. 1, (1940). Por ej.: E. Amaldi, O. D'Agostino, F. Rasetti y E. Segré, Proc. Roy. Soc. *A146*, p. 483 (1934) y L. Meitner, O. Hahn y F. Strasscann, Zeits. f. Physik *106*, p. 249 (1937)).

Comunicaciones:

JOSÉ A. BALSEIRO (La Plata). *Los Tricomplejos Antoidales y las Funciones de estas variables.*

1) *Tricomplejos Antoidales.*

Se introducen tres unidades 1, ε_1, ε_2 cuya tabla de multiplicación

1	ε_1	ε_2
ε_1	ε_2	-1
ε_2	-1	$-\varepsilon_1$

permiten definir a la clase de los *tricomplejos antoidales*

$$Z = x + \varepsilon_1 y + \varepsilon_2 z.$$

Cuyo producto es conmutativo dada la simetría de la tabla respecto a la diagonal principal. La condición para que estos tricomplejos tengan inversos es:

$$N(Z) = \begin{vmatrix} x & -z & -y \\ y & x & -z \\ z & y & x \end{vmatrix} \neq 0.$$

Un tricomplejo antoidal es unitario cuando $N(Z)=1$. Esta es una superficie cúbica con un plano y una recta asintóticos, y sugerimos el nombre *antoide* para designarla. Llamaremos *módulo cúbico* a:

$$\delta = [Z] = \sqrt[3]{N(Z)}. \quad \text{Se cumple} \quad [Z_1 \cdot Z_2] = [Z_1][Z_2].$$

Mediante un cambio convenientes de unidades $u_i = \alpha_1 + \varepsilon_1 \beta_i + \varepsilon_2 \gamma_i$ $i = 1, 2, 3$, los tricomplejos antoidales se expresan:

$$Z = x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3,$$

siendo la tabla de multiplicación de las nuevas unidades u_i la siguiente:

—	u_1	u_2	u_3
u_1	u_1	0	0
u_2	0	u_2	u_3
u_3	0	u_3	$-u_2$.

En consecuencia puede expresarse a estos tricomplejos en la forma:

$$Z = x_1 u_1 + z^* u_2,$$

siendo z^* un complejo ordinario. En este sistema es:

$$N(Z) = x_1 \, |z^*|^2.$$

2) *Funciones antoidales.*

Las funciones antoidales permiten expresar paramétricamente a la ecuación $N(Z)=1$, y satisfacen idénticamente la condición:

$$\psi_0^3(\xi\eta) - \psi_1^3(\xi\eta) + \psi_2^3(\xi\eta) + 3\,\psi_0(\xi\eta)\,\psi_1(\xi\eta)\,\psi_2(\xi\eta) = 1.$$

Estas funciones cumplen teoremas de adición para los argumentos ξ y η. Las derivadas de cualquier orden de una de ellas son expresables como combinación lineal de las tres funciones, propiedad que permite encontrar las series que definen a estas funciones. Son periódicas de período $\alpha = 2\pi$ para el argumento ξ y $\beta = 4\pi i$ para el argumento η. Cumplen las propiedades integrales siguientes:

$$2\int_0^\beta\int_0^\alpha \psi_0(\mu\xi, \nu\eta)\,\psi_1(\mu\xi, \nu\eta)\,\psi_2(\mu\xi, \nu\eta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \int_0^\beta\int_0^\alpha \psi_0^3(\mu\xi, \nu\eta)\,d\xi\,d\eta = -\int_0^\beta\int_0^\alpha \psi_1^3(\mu\xi, \nu\eta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \int_0^\beta\int_0^\alpha \psi_2^3(\mu\xi, \nu\eta)\,d\xi\,d\eta = \frac{16\pi^2 i}{9}$$

En cambio se anulan todas las otras integrales de potencias 1 ó 2 y las de potencia 3 de distintos argumentos. Estas propiedades permiten el desarrollo:

$$f(\xi\eta) = \sum_{\mu,\nu=0}^{\infty} a_{\mu\nu}\,\psi_0(\mu\xi, \nu\eta) + b_{\mu\nu}\,\psi_1(\mu\xi, \nu\eta) + c_{\mu\nu}\,\psi_2(\mu\xi, \nu\eta$$

$$a_{\mu\nu} = \frac{16\pi^2 i}{9}\int_0^\beta\int_0^\alpha f(\xi, \eta)\,\psi_0^2(\mu\xi, \nu\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

....

....

Cuando la serie converge uniformemente hacia la función $f(\xi\eta)$ se obtiene la generalización de la igualdad de Parceval:

$$\int_0^\beta\int_0^\alpha f(\xi\eta)\,d\xi\,d\eta = \sum_{\mu,\nu=0}^{\infty} [A_{\mu\nu}]^3 \qquad A_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} + \varepsilon_1\, b_{\mu\nu} + \varepsilon_2\, c_{\mu\nu}.$$

Esta misma serie es expresable en la forma

$$f(\xi\eta) = \frac{1}{3}\sum_{\nu-0}(L_\nu e^{-\nu\eta} + 2\,\varphi_\nu(\xi)\,e^{\nu\frac{\eta}{2}})$$

siendo:

$$\varphi_\nu(\xi) = \sum_{\mu=0}^{\infty} (M_{\mu\nu} \cos \mu \xi + N_{\mu\nu} \operatorname{sen} \mu \xi)$$

en donde $M_{\mu\nu}$ y $N_{\mu\nu}$ son los coeficientes de Fourier de la función $\varphi_\nu(\xi)$.

Es posible expresar a los tricomplejos antoidales en una forma que llamaremos *polar*:

$$Z = \delta(\psi_0(\xi\,\eta) + \varepsilon_1\,\psi_1(\xi\,\eta) + \varepsilon_2\,\psi_2(\xi\,\eta)) = \delta\, e^{\frac{1}{2}(\varepsilon_1(\xi+\eta)+\varepsilon_2(\xi-\eta))}$$

El producto de dos tricomplejos tiene por argumento la suma de los argumentos de los factores, y por módulo cúbico el producto de los módulos cúbicos de éstos. Además, dado un tricomplejo, el inverso, si existe, tiene argumentos de signos contrarios a los de los argumentos de aquél.

3) *Funciones de variable tricompleja antoidal.*

Una función de variable tricompleja $W = f(Z)$ es expresable en un sistema de unidades en la forma:

$$u + \varepsilon_1 v + \varepsilon_2 w = f(x + \varepsilon_1 y + \varepsilon_2 z)$$

y en el otro sistema:

$$f(Z) = \varphi_1(x_1)\, u_1 + \varphi\,(z^*)\, u_2$$

en donde $\varphi_1(x_1)$ es una función solamente de la variable x_1 y $\varphi(z^*)$ una función analítica de la variable compleja z^*. Las funciones u, v, w, cuando $f(Z)$ es monógena en un punto, satisfacen las condiciones:

$$\begin{aligned} u_x &= \ \ v_y = w_z \\ -u_z &= \ \ v_x = w_y \\ -u_y &= -v_z = w_x. \end{aligned}$$

De aquí:

$$\Delta u = -\Delta v = \Delta w = g(xyz)$$

$$\begin{aligned} u_{xxx} + u_{yyy} &= 0 \\ u_{yyy} + u_{zzz} &= 0. \end{aligned}$$

Una función de variable tricompleja es *cúbicamente continua* cuando:

$$|[f(Z)-f(Z_0)]|<\varepsilon \quad \text{para todo} \quad |[Z-Z_0]|<\delta(\varepsilon)$$

La condición de ser cúbicamente continua es necesaria y suficiente para que la función $f(Z)$ sea monógena.

La derivada de $f(Z)$ definida como $\lim\limits_{\Delta z \to 0} \dfrac{\Delta f(Z)}{\Delta}$ existe aún cuando $[\Delta Z]=0$.

La trasformación $W=f(Z)$ conserva a los argumentos ξ y η en menos una constante.

Se demuestra que en la descomposición

$$f(Z)=\varphi_1(x_1)\,u_1+\varphi(z^*)\,u_2$$

son

$$\varphi_1(x_1)=f(x_1) \text{ y } \varphi(z^*)=f(z^*).$$

Además, estas funciones son desarrollables en serie de Taylor y el recinto de convergencia es un cilindro, de altura igual al intervalo de convergencia de la función $f(x_1)$ y bases que son los círculos de convergencia de la función analítica $f(z^*)$. Dentro de la franja de espacio que comprende el intervalo de convergencia de la función $f(x^*)$, la función $W=f(Z))$ es prolongable analíticamente. Por último, definida la integral:

$$\int_C f(Z)\,dZ$$

se demuestra que si C es una curva cerrada incluída totalmente dentro del cilindro de convergencia es:

$$\int_C f(Z)\,dZ=0.$$

Los informes y comunicaciones de la sesión del 29 de agosto aparecerán en el número próximo.