PLAZOS OPTIMOS PARA PRESTAMOS CON SEGURO DE VIDA (*)

por el Prof. José Barral Souto
De la Facultad de Ciencias Económicas de Buenos Aires

Facilitar la adquisición de la vivienda propia es una preocupación de carácter económico-social y con esa finalidad se han generalizado procedimiento ligeramente distintos, consistentes en acordar préstamos combinados con un seguro de vida, que en sus líneas fundamentales pueden esquematizarse de la manera siguiente:

Se trata de una operación en la que intervienen:

a) El *prestatario,* solicitante del préstamo, que contrae la obligación de abonar una cuota periódica, equivalente a un peso anual, durante n años.

b) El *prestamista,* que facilita el capital o préstamo igual al valor actual representado por las cuotas periódicas que abonará el prestatario durante n años.

c) El *asegurador,* que a cambio de una cuota, o prima, única, se obliga a pagar de inmediato el saldo de la deuda, en caso de fallecimiento del prestatario.

La combinación del préstamo con el seguro de vida se resuelve, sencillamente, entregando al prestatario el monto del préstamo con deducción de la prima única, o coste, del seguro pertinente.

El prestatario queda así obligado a pagar el equivalente de \$ 1.— anual si vive y por un plazo no mayor de n años. Y a cambio de ello recibe un cierto valor efectivo $\mathcal{E}(n)$ igual al capital facilitado por el prestamista menos la parte de capital que debe cederse al asegurador como coste del seguro para responder por el saldo de la deuda en caso de fallecimiento.

(*) Comunicación hecha en las *Primeras Jornadas Matemáticas Argentinas* realizadas en julio de 1945, en las ciudades de La Plata y Buenos Aires.

Si x es la edad del prestatario y n el plazo, el mencionado valor efectivo, utilizando las funciones biométricas y financieras conocidas, se expresa pues, así:

$$(1) \qquad \mathcal{E}(n) = \int_0^n e^{-\delta z}\, dz - \int_0^n {}_t p_x\, \mu_{x+t}\, e^{-\gamma t}\, dt \int_t^n e^{-\delta(z-t)}\, dz$$

siendo δ el tipo de interés continuo por el cual se rige el prestamista y γ el que rige para el asegurador; e la base de los logaritmos neperianos; ${}_t p_x$ la probabilidad para un individuo de edad x de sobrevivir a la edad $x+t$ y μ_{x+t} la tasa instantánea de mortalidad a la edad $x+t$.

Esa expresión, invirtiendo el orden de integración de las variables de acuerdo a la regla de Dirichlet, puede transformarse en:

$$(2) \qquad \mathcal{E}(n) = \int_0^n e^{-\delta z} \left(1 - \int_0^z {}_t p_x\, \mu_{x+t}\, e^{-(\gamma-\delta)t}\, dt\right) dz$$

y su derivada vale:

$$(3) \qquad \mathcal{E}'(n) = e^{-\delta n} \left(1 - \int_0^n {}_t p_x\, \mu_{x+t}\, e^{-(\gamma-\delta)t}\, dt\right).$$

La integral contenida en el paréntesis del segundo miembro representa, formalmente, el costo único de un seguro de vida por un capital unitario, valuado a un tipo de interés continuo que puede ser negativo o positivo, según sean los valores δ y γ.

Generalmente el tipo de interés δ por el que se rige él préstamista es superior al γ que rige para el asegurador, y en tal caso resulta negativo e igual a $-(\delta-\gamma)$ el tipo de interés, con lo cual el factor descuento resulta mayor que la unidad, asignando más valor a los pagos futuros que a los actuales, contrariamente a lo que ocurre con la generalidad de las operaciones.

Ahora bien, designando con ω la edad límite es

$$\int_0^{\omega-x} {}_t p_x\, \mu_{x+t}\, dt = 1$$

y por lo tanto la posibilidad de que la integral contenida en (3) supere o no el valor uno depende de si el tipo de interés $(\delta-\gamma)$

es positivo o negativo, como se desprende de una simple aplicación del valor medio.

De aquí, la observación interesante que hasta ahora, que se sepa, no ha sido hecha, y es la de que la función $\mathcal{E}(n)$ admite un máximo, determinado por el valor n_0 que anula su primera derivada. En ese sentido n_0 es un plazo óptimo y es interesante señalar que depende únicamente de la tabla de mortalidad y de la diferencia entre los tipos anuales de interés (interés continuo) $(\delta - \gamma)$; y no de los valores aislados, δ y γ.

Para la tabla de mortalidad H^m corresponden, con suficiente aproximación, los siguientes valores:

PLAZOS OPTIMOS (en años)

Edades del prestatario	(1) Diferencia entre las tasas, (δ) del préstamo y (γ) del seguro: $100\,(\delta - \gamma)$				
	0 %	0,96 %	1,91 %	2,84 %	3,77 %
30	71,3	46,3	40,8	37,0	34,1
40	61,3	38,6	34,1	30,9	28,5
50	51,3	31,2	27,4	24,9	23,0
60	41,3	24,1	21,1	19,2	17,7
70	31,3	17,5	15,3	13,9	12,9
80	21,3	11,8	10,3	9,3	8,7
90	11,3	7,3	6,3	5,7	5,3

(1) Las tasas se refieren a los tipos anuales de interés continuo. Siendo los tipos anuales de interés, i del préstamo y j del seguro, la diferencia $\gamma—\delta$ está determinada por la relación $e^{\delta - \gamma} = \frac{1+i}{1+j}$. La diferencia $\delta - \gamma$ coincide, aproximadamente, con la diferencia i-j.