

cual pertenezcan a y b , diremos que a posee la relación R con b si b sigue a a en E . Dado que E' está simplemente ordenado, E' existe siempre. Llamemos E_A' a la ordenación obtenida por R sobre A' ; es fácil ver que es una buena ordenación, debiendo por consiguiente pertenecer a E . E_A' no puede cubrir A (pues ello implicaría que A es bien ordenable), luego algún x de A no entra en E_A' . Definamos E_B' como la ordenación obtenida agregando x a E_A' , considerando a x posterior a todos los demás elementos. E_B' e E y sigue a todos los E' , siendo por lo tanto cota superior del agregado E' con respecto a la ordenación $<$.

De lo anterior se tiene que la ordenación $<$ definida sobre E goza de las siguientes propiedades:

a') es arreflexiva.

b') todo sub-agregado simplemente ordenado de E posee cota superior en E .

Por consiguiente E contradice 2) y el conjunto A debe poder bien-ordenarse.

Las demostraciones I y II nos permiten concluir que el enunciado 2) es equivalente al del teorema de Zorn.

BIBLIOGRAFIA

LEOPOLDO NACHBIN, *Combinação de topologias pseudo-metrisaveis e metrisaveis*.
Notas de Matemática nº 1. Boffoni. Río de Janeiro, 1948.

Este es el primer fascículo de una serie mimeografiada, NOTAS DE MATEMÁTICA, que se publica en Río de Janeiro bajo la dirección de A. Monteiro. No es libro de exposición de alguna porción conocida de la Matemática, sino que tiene el carácter definido de memoria original corriente, aunque con abundancia de detalles como para que su lectura resulte clara y amena. Como el autor lo dice en el prefacio, lo esencial de este fascículo está contenido en una nota de los Comptes Rendus, París. Consiste en lo siguiente. Sea E un espacio abstracto arbitrario, P el sistema parcialmente ordenado de las topologías sobre E que pueden ser deducidas de alguna pseudométrica (topologías pseudometrizables), y M el sistema parcialmente ordenado de las topologías metrizables (aquí pseudométrica se distingue de la métrica común sólo porque dos puntos distintos pueden tener distancia nula, y la relación de "precede" en las ordenaciones está entendida como "con igual o menos conjuntos abiertos"). Si cuando Z es un conjunto de topologías sobre E ponemos $S(Z)$ e $I(Z)$ para los conjuntos de todos los supremos y, respectivamente, ínfimos de subconjuntos de Z (tanto supremo como ínfimo tomado en el *lattice* completo de todas las topologías sobre E), los resultados fundamentales de Nachbin se expresan: 1. $ISIS(P) = ISI(P)$ es el conjunto de todas las topologías sobre E ; 2. $SIS(M) = SI(M)$ es el conjunto de todas las topologías de Fréchet-Riesz (cada punto es un conjunto cerrado). En ambos casos el resultado no se puede mejorar. Además de estos teoremas de representación el autor da para cada clase que aparece, $S(P)$, $IS(P)$; etc., una caracterización en términos de las nociones fundamentales de una topología (conjunto abierto, punto de acumulación, etc.). Un ejemplo típico es el siguiente (que caracteriza a $IS(P)$): si un conjunto X de E no es abierto, o existe un punto de X y un punto de su complementario topológicamente equivalentes (idéntica clausura), o existe un punto de X tal que todo entorno de este punto contiene una infinidad de puntos del complementario.

R. A. RICABARRA