

EL PROBLEMA DE LA ROTURA. SUS ASPECTOS FISICOS

por FRANCISCO GARCÍA OLANO

(Recibido el 25 abril 1950)

RESUMEN: En este estudio el autor enumera las principales teorías de rotura propuestas. Señala luego la necesidad de definir con precisión la terminología técnica relativa a la rotura e insiste en la gran importancia que tienen los aspectos físicos de este problema. Finalmente indica las teorías técnicas más satisfactorias, dando una nueva y más lógica interpretación de la teoría de Huber-von Mises-Hencky.

SUMMARY: In this paper the author reviews the principal proposed theories of failure. He shows afterwards the necessity of defining precisely the technical terms relative to failure, and he insists upon the great importance of the physical aspects of this problem. Finally, he points out the most satisfactory technical theories and gives a new and more logical interpretation of the theory of Huber-von Mises-Hencky.

INTRODUCCION

El problema de la rotura de los cuerpos, especialmente de aquellos utilizados en la construcción y las industrias, es, como se comprenderá, de especial interés para la Técnica.

No es de extrañar, pues, que desde hace más de 170 años (*) se hayan propuesto numerosas teorías y criterios al respecto y que desde fines del siglo pasado sea impresionante la cantidad de ensayos realizados en los principales laboratorios técnicos mundiales, tendientes a comprobar dichas teorías y criterios o a encontrar nuevos.

A pesar de toda esa ingente labor de gran utilidad práctica,

(*) El primer trabajo técnico sobre estas cuestiones puede considerarse que es el de COULOMB, "Essai sur une application des regles de maximum et minimum", París, 1776.

no creemos que el tema haya sido aclarado debidamente en el campo técnico.

Por otra parte, los físicos a quienes interesa cada vez más la teoría de los sólidos, han hecho también importantes aportes teóricos que no han encontrado entre los técnicos en general, la difusión que merecen. A su vez, en el campo físico, a través de las lecturas que hemos hecho, no parecen ser debidamente aprovechados muchos de los resultados obtenidos en los ensayos técnicos.

La experiencia adquirida en varios años de estudios de estos temas y de concurrencia a Congresos Técnicos y a las reuniones de la Asociación Física Argentina, nos reafirman en nuestra convicción de que sólo se obtendrán avances de trascendencia en este campo, a través de la colaboración estrecha e íntima entre físicos, dedicados a la teoría de los sólidos, poseedores del serio bagaje teórico y experimental correspondiente, y técnicos, que dominen bien las teorías de elasticidad y plasticidad y estén acostumbrados a trabajar en laboratorios o a interpretar críticamente los resultados de los ensayos.

§ 1. Teorías de rotura.

La primera dificultad con que se tropieza en este tema es la gran cantidad de teorías de rotura que han sido elaboradas, muchas de las cuales continúan siendo defendidas por diversos autores.

No cabe en el propósito de este estudio, entrar a su explicación y análisis. Simplemente nos limitaremos a dar una lista de las principales, indicando los autores y las fuentes donde pueden ser consultadas.

A quien interese tener una exposición metódica de las mismas, remitimos a las siguientes obras que traen excelentes exposiciones y resúmenes:

Timoshenko S. - Strength of Materiales - vol. II.

Baes L. - Resistance des Matériaux - Bruselas 1930-34, pgs. 500 a 602.

Marin J. - Failure theories of materials subjected to combined Stresses - Proceedings American Society of Civil Engineers, agosto 1935.

Marin J. - Mechanical Properties of Materiales and Design New York, 1942.

Nadai A. - Plasticity - New York, 1931 - Pgs. 55 a 74.

Nadai A. - Theories of Strength - Transactions American Society of Mechanical Engineers - 1933.

Westergaard. - The resistance of ductile materiales to combine stressen in two or three directions perpendicular to one another - Journal Franklin Institute - Mayo, 1920.

La lista de teorías de rotura que nosotros hemos fichado es la siguiente (*):

(a) *Teorías basadas en las tensiones en general.*

(1) Máxima tensión principal positiva (Baes L., pág. 529). Según dicho autor esta teoría fué la primera enunciada por Galileo y Leibnitz.

(2) Máxima tensión principal (positiva o negativa) «Maximum stress theory» de Rankine y Lamé. (Baes, pág. 533).

(3) Máxima tensión normal: (Marin Proceedings A. S. C. E., agosto 1935, pág. 853).

(4) Combinación de las teorías de máxima tensión principal con máxima tensión normal (Marin, op. cit., pág. 854).

b) *Teorías basadas en las deformaciones:*

(5) Teoría de la mayor dilatación principal positiva. (Baes, pág. 534), conocida como teoría de Poncelet y de Saint-Venant.

(6) Teoría de la mayor dilatación principal positiva y de la mayor dilatación principal negativa (Baes, pág. 542), aplicada por Grashof, Resal y Bach.

(7) Teoría de la máxima distorsión (Marin, op. cit., pág. 855).

(8) Teoría de la máxima distorsión y máxima dilatación (Marin, op. cit., pág. 856).

c) *Teorías basadas en las tensiones tangenciales.*

(9) Teoría de la máxima tensión tangencial (Baes, pág. 543),

(*) Hemos seguido el sistema de clasificación de las teorías adoptado por MARIN en su estudio publicado en los Proceedings A. S. C. E.

conocida como teoría de Saint-Venant-Guest. (Guest - Philosophical Magazine, 1900).

(10) Teoría de Coulomb generalizada o de frotamiento interno proporcional (Baes, pág. 547).

(11) Teoría de Mohr (Baes, pág. 553 y Mohr: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials, Z. V. D. I., 1900, págs. 1524 a 1572).

d) *Teorías basadas en la energía de deformación:*

(12) Teoría de la máxima energía total de deformación (Baes, pág. 560). Conocida como teoría de Beltrami y Haigh. (Beltrami: Sulle condizione di resistenza dei corpi elastici. Opera matematiche Rend. 1885 y Haigh: The strain-energy function and the elastic limit. Engineering, 1920).

(13) Teoría de la máxima energía de distorsión (Baes, pág. 563), conocida como teoría de Huber-von Mises-Hencky. (Huber: Die spezifische Formänderungsarbeit als Mass der Anstrengung eines Material; Czasopismo technice, Lemberg, 1904; von Mises: Mechanik der festen Körper in plastisch deformablen Zustand, Nachr. d. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen, 1913 y Hencky: Zur Theorie plastischer Deformationen, etc., Z. ang. Math. und Mech, vol. 4, 1924 y Über das Wesen der plastischen Verformung, Z. V. D. I., vol. 69, 1925).

(14) Teoría combinando la energía de distorsión y de deformación total (Baes, pág. 56 y Marin, op. cit., pág. 861).

(15) Teoría de la máxima energía de dilatación cúbica (volume energy) (Marin, op. cit., pág. 861).

(16) Teoría de la energía de distorsión función de la tensión normal media o de la dilatación cúbica; propuesta por F. Schleicher en «Der Spannungszustand an der Fließgrenze», Zeits. für ang. Math. und Mech., junio 1926 (Baes, pág. 573).

e) *Teorías varias.*

(17) Teoría de la máxima distorsión o máxima tensión tangencial, función lineal de la dilatación cúbica o de la presión media normal; propuesta por G. Sandel: Über die Festigkeitsbedingungen», Leipzig, 1925 (Baes, pág. 570).

(18) Teoría de Wehage. empírica (Marin, op. cit., pg. 862).

(19) Teoría de la máxima dilatación de volúmen (Marin, op. cit., pág. 862).

(20) Teoría basada en la combinación de las teorías de máxima dilatación y de máxima tensión tangencial. Teoría de Becker (Marin, op. cit., pág. 863).

(21) Teoría de Norris, semi-empírica propuesta para la madera de pino en «The elastic theory of wood failure», Trans. American Society Mechanical Engineers, 1939; (Marin, Mechanical Properties of Materials and Design, pág. 65).

(22) Teoría del comportamiento plástico de materiales no isótropos; desarrollado por Brandtzaeg. («The failure of plain and specially reinforced concrete in compression», por F. Richart, A. Brandtzaeg y R. Brown en el Bulletin No. 190 de la Engineering Experiment Station de la Universidad de Illinois). Existe además otra publicación, que no hemos obtenido, titulada «Failure of a Material Composed of non-isotropic Elements», en Kgl. Norske Videnskab. Selskabs Skrifter, Trondheim, 1927.

Aunque la consideración de esta teoría escapa a los fines de este estudio, no queremos dejar de aprovechar la ocasión para llamar la atención sobre esta teoría, muy lógica y razonable y que no ha tenido la difusión que merecía dentro de los ambientes técnicos.

(23) Teoría basada en las pequeñas fallas de los materiales (minute-cracks) y en especial en el vidrio. Basado en las fuertes concentraciones de esfuerzos en los bordes de las fallas; propuesta por Griffith en 1920 en Philosophical Transactions Royal Society, Serie A y en 1924 en el primer Congreso Internacional de Mecánica Aplicada que tuvo lugar en Delft (Holanda).

f) *Teorías basadas en la estructura de la materia:*

(24) Un grupo de teorías muy difundidas trata de determinar la cohesión de los sólidos partiendo de consideraciones teóricas sobre las fuerzas atómicas o de la energía superficial. Como todos los materiales corrientemente utilizados, están muy lejos de cumplir las condiciones supuestas en esas teorías deben esperarse grandes diferencias en los resultados experimentales, lo que realmente ocurre.

Fürth y Born M., Proc. of the Cambridge Phil. Society, 1940.

M. Polanyi, Z. PPhysik (1921), basado en la energía superficial.

F. Zwicky, Phys. Z. (1923).

J. H. de Boer, Trans. Faraday Soc. (1936).

Véase también al respecto R. Houwink, Materie plastiche ed altri materiali (Trad. italiana, Milán, 1946).

§ 2. Definición de rotura.

Al examinar detenidamente estas teorías y los ensayos que las fundamentan, uno de los primeros hechos que resaltan es la diversidad de criterios adoptados por los distintos autores para considerar que un material ha llegado a la «rotura».

Aunque cueste creerlo, una de las mayores fuentes de múltiples discrepancias y divergencias es que no existe acuerdo técnico acerca de cuándo deba considerarse «roto» un material. Quien se inicie en estos estudios, debe tomar muy en cuenta al leer un artículo o estudiar ensayos de laboratorio el criterio de «rotura» adoptado por los autores.

En la literatura anglo-sajona; en especial, existe un término genérico «failure», que podríamos traducir por «fracaso o falla» del material o estructura, que se presta a múltiples interpretaciones. Con razón dice Marin (*): «El término *failure* está sujeto a una gran variación de definiciones. Implica un valor límite de cambio de forma, tensión, deslizamiento, energía o una combinación de estos factores, determinándose experimentalmente un punto de *failure* por una curva de tensiones-deformaciones. En la lista de ensayos que transcribe fueron elegidos los criterios de considerar que se había llegado a *failure* cuando se alcanzaba: (1) el límite inicial de escurrimiento; (2) el límite de escurrimiento; (3) el límite de elasticidad; (4) el punto de rotura (rupture point); (5) el límite de proporcionalidad; (6) el límite de escurrimiento de Johnson (**), y (7) el punto determinado por

(*) Proc. Am. Soc. Civil Engineers. Agosto, 1935, pg. 851.

(**) Adoptado por A. BECKER en su trabajo: "The streng and stiffness of steel under biaxial loading". Boletín nº 85 de la Universidad de Illinois. El "límite elástico aparente" de Johnson se define "como el esfuerzo unitario en el cual la relación de deformación $\left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta \sigma}\right)$ es 50% mayor que en el origen $\left(\frac{1}{E_0}\right)$."

la intersección de las prolongaciones de la parte elástica y parte plástica de la curva de tensiones-deformaciones.

En un trabajo muy importante e interesante, reciente, titulado «Fracture and Strength of solids», aparecido en 1949 en el volumen XII de los «Reports on progress in physics», de la Physical Society de Londres, E. Orawan comienza así:

«Strength is the resistance of a material to fracture; in the quantitative sense, it is a critical value of stress at which fracture occurs. In a loose usage which has not completely disappeared yet from engineering and metallurgical literature, strength denotes the stress at which the material «fails» either by fracture or by plastic deformation. However, the stress at which plastic deformation takes place should be called the yield stress».

No hemos traducido este párrafo porque no hemos querido traicionar en lo más mínimo el pensamiento y las palabras del autor y además porque la traducción hubiera ocultado varios términos ingleses muy empleados en la literatura técnica moderna y que conviene conocer en el original.

Como puede apreciarse, existen términos que necesitarían definiciones técnicas concretas y precisas, tanto para los materiales como para las estructuras. En castellano: rotura, falla o fracaso, fractura, resistencia. En inglés: fracture, failure, rupture, strength. Esperemos que en próximos congresos, reuniones, o simplemente por acuerdo suficiente entre los autores, se avance hacia un entendimiento común y generalizado del significado de esos términos. Grandes malentendidos desaparecerán de inmediato.

No entraremos aquí a proponer definiciones, pues consideramos que debe tratarse que ellas salgan de instituciones o grupos, en vez de ser personales. Nos limitaremos a señalar que en lo que sigue nos referiremos en especial a los materiales más corrientemente utilizados en la Técnica y que adoptaremos el criterio de *failure* o sea de falla o fracaso del material en su utilización, o sea justamente el aspecto que Orawan no considera necesario analizar en su informe citado. Este estudio trata pues de ser complementario de aquél; y pretende que entre ambos se tenga una idea lo más concreta posible del estado actual del problema.

§ 3. Aspectos físicos del problema.

Dos son, a nuestro juicio, las causas principales que han llevado a la multiplicidad de las teorías de rotura y a la insuficiencia de la mayor parte de ellas. En primer término se ha pretendido por algunos autores aplicar fórmulas deducidas de la teoría de la elasticidad más allá de su campo de validez. Así se han querido aplicar dichos tipos de fórmulas para materiales en evidente estado plástico, o para grandes deformaciones o cerca de la rotura. Se olvida que la teoría de la elasticidad parte de cuerpos isótropos, deformaciones infinitesimales (en el sentido físico) y de la ley de Hooke. Si estas hipótesis no se cumplen, no tiene sentido alguno aplicar esos tipos de fórmulas. Es absurdo pretender que pueda tener algún sentido la teoría de rotura de la máxima deformación, cuando se calculan éstas con la teoría de la elasticidad. Lo mismo ocurre al tratar de aplicar en la rotura las teorías de la energía elástica de deformación (tanto de dilatación como de distorsión). No insistiremos en este punto, dado su evidencia. Llama por eso mismo la atención que Mur-naghram en su estudio aparecido en el American Journal of Mathematics, 1937, trate de determinar teóricamente el límite de escurrimiento cuando el cuerpo ya no es elástico, aplicando las fórmulas por él deducidas rigurosamente para deformaciones finitas *elásticas*.

La otra causa de las dificultades reside en que en general no existe mayor preocupación por los aspectos físicos del problema. Este olvido es la causa precisamente de que hasta hace relativamente pocos años no se reconociera categóricamente la imposibilidad de encontrar una teoría única y general de la rotura. Por el contrario, hasta hace 20 años, los mayores esfuerzos se hicieron para tratar de encontrar esa teoría general y se descartaban o discutían teorías con amplios campos de validez, únicamente porque no eran válidas para todos los materiales.

Al reconocimiento de esa imposibilidad se llegó después de arduos y numerosos ensayos. El primero que la enunció en términos precisos fué M. Ross, en lo que Freudenthal (*) llama el teorema de Ross, que enuncia así:

(*) En su trabajo "Allgemeine Plazititätstheorie, Gleitlinienfelder", 2º Congreso en 1936, en Berlin y Munich de la Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau.

«No es posible una teoría general de rotura que no tenga en cuenta la textura del material, debido al hecho de que el comportamiento de los materiales de estructura interna diferente es a menudo fundamentalmente diferente».

«Cada material exige su propia teoría de rotura, como consecuencia de su estructura interna y de su comportamiento bajo deformación» (*). Añade Freudenthal, con toda razón: «El hecho de que este teorema no hubiera sido nunca formulado tan precisamente y que hubiera así una tendencia a generalizar los resultados de experimentos llevados a cabo al ensayar ciertos materiales, explica la existencia de tantas hipótesis».

En efecto, basta observar simplemente los ensayos de los laboratorios para comprender por ejemplo, que el mecanismo de rotura de una pieza de hormigón, tanto a la compresión como a la tracción, flexión o torsión o de una de acero son totalmente diferentes. Todavía más, un mismo material, según su estado, puede romper en forma diferente y para cada estado habrá una teoría diferente que mejor se ajuste a los hechos.

Orawan en su Informe señala: «El mismo material puede romperse según diferentes mecanismos de fractura, según las condiciones de esfuerzo y deformación y según la temperatura; así, un acero con bajo tenor de carbono puede mostrar los tipos de fractura fibrosa y al corte a la temperatura ambiente, fractura frágil a menos de -80°C , y fractura por deslizamiento intergranular (creep) en deformación lenta a temperaturas superiores a 600°C ». Incidentalmente queremos llamar la atención sobre la interpretación que da Orawan, en ese estudio, a esta distinta manera de comportarse el material por ser la mejor que conocemos y un buen ejemplo de teoría lógica ajustada a los aspectos físicos.

Sentadas estas consideraciones, que estimamos esenciales, debemos comenzar por clasificar los principales y más corrientes tipos de rotura, o falla (failure) de los materiales, en general distintos entre sí, para cada uno de los cuales deberá elegirse la teoría que mejor se adapte y lo explique.

(*) La primera definición del teorema de Ross que nosotros hemos encontrado en sus trabajos es: «La afirmación de que cada grupo de materiales tiene su teoría de la rotura que le es propia parece justificada». Ella consta al final de la publicación de febrero de 1929 del Gabinete de Materiales de Zurich titulada «Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr».

Eligiendo los materiales más corrientemente usados por la técnica los podemos clasificar en cinco grandes grupos: 1º metales y aleaciones dúctiles como hierro, acero, cobre, aluminio, bronce, etc.; 2º. materiales frágiles, en especial la fundición de hierro y el hormigón; 3º. materiales plásticos, el asfalto, los metales a alta temperatura, etc.; 4º. materiales con textura fibrosa; como la madera. y 5º. materiales compuestos por grandes agrupaciones moleculares; por ejemplo el caucho.

En el capítulo siguiente indicaremos cuáles son las teorías técnicas más satisfactorias para los dos primeros grupos de materiales que incluyen un porcentaje, particularmente elevado de materiales usados en construcciones. Con respecto al primer grupo, o sea el de metales dúctiles consideraremos que el material deja de cumplir su función cuando se produce el escurrimiento (yield stress failure).

Se tratará allí de interpretar físicamente las teorías más aceptadas y mejor comprobadas.

A quien interese los fenómenos de rotura, ruptura y fractura propiamente dicho, remitimos al trabajo reiteradamente citado de E. Orowan «Fracture and strength of solids»; tanto por ser reciente (1949), como por la excelente y realista apreciación de los fenómenos involucrados, así como por la bibliografía que trae. Aun a riesgo de extendernos demasiado, creemos interesante reproducir los tipos de rotura (fracture) que Orowan analiza y estudia.

«(1) *Fractura frágil* (fractura por clivaje).— Este es el mecanismo de fractura teóricamente mejor conocido. Es el único que ocurre en materiales completamente frágiles; sin embargo, también se observan en materiales dúctiles bajo ciertas condiciones (por ejemplo la fragilidad del acero en piezas con entalladuras).

(2) *Ruptura* (por localización de deformación plástica).— Muchos materiales muy dúctiles, particularmente en formas laminadas, sufren ruptura en tensión por el adelgazamiento continuo alrededor de una sección («necking»); las partes arriba y abajo del cuello finalmente se separan según una arista aguda o en un punto, como un hilo de melaza o vidrio caliente. En forma similar, cristales únicos de materiales dúctiles pueden separarse en dos partes, cuando se deforman lentamente a una tem-

peratura suficientemente elevada, por deslizamientos limitados a unos o pocos planos de deslizamiento que finalmente terminan en que dos partes del cristal se separan una de la otra. Tales procesos no pueden ser llamados con precisión fractura (fracture); en lo que sigue se denominarán ruptura (rupture).

(3) *Fractura fibrosa.*—Esta forma el fondo de la copa en la fractura de «copa y cono» de metales dúctiles en el ensayo a tracción. La superficie de fractura aparece mate aterciopelada al ojo desnudo y fuertemente mellada bajo el microscopio; es aproximadamente perpendicular a la máxima tensión.

(4) *Fractura por corte.*—Esta produce la fractura de borde de la copa en la fractura de «copa y cono»; es la fractura típica de materiales dúctiles al corte, a la torsión, y en los ensayos a tracción de láminas. La fractura sigue una superficie de máxima deformación de corte; la superficie de fractura es a menudo notablemente lisa.

(5) *Fractura por fatiga.*—La fractura por fatiga mecánica bajo esfuerzos cíclicos tiene mucha semejanza con la fractura frágil, por ejemplo, en su sensibilidad a los defectos superficiales, y en el hecho de que la superficie de fractura es generalmente perpendicular a la máxima tensión. Sin embargo, la fractura típica de fatiga no puede ocurrir sin deformación plástica local en el borde de la pequeña fisura de propagación, y una delgada capa en la superficie de la fractura es intensamente endurecida (cold-worked).

La fatiga por corrosión, la corrosión por esfuerzos y los fenómenos de fatiga estática en materiales frágiles (por ejemplo la fractura retardada del vidrio) tienen mecanismos diferentes.

(6) *Fractura viscosa intergranular* (creep fracture).—Esta ocurre solamente si la temperatura es elevada y el ritmo de deformación bastante lento para que los granos puedan deslizarse uno con respecto al otro sin considerable deformación intracristalina. Como consecuencia del deslizamiento, se abren cavidades entre los granos y finalmente tiene lugar la fractura.

(7) *Fractura intergranular frágil.*—En numerosos casos, impurezas que se segregan y acumulan a lo largo de los límites de los granos en metales bajan tanto la cohesión entre los granos

que la fractura puede ocurrir por separación intergranular sin ninguna (o muy pequeña) deformación plástica, aun si los granos individuales son muy dúctiles.

(8) *Fractura por deslizamiento molecular.* - Esta es similar a la fractura viscosa intergranular en el hecho de que la estructura del material se debilita por un deslizamiento de tipo viscoso entre elementos estructurales; en el presente caso, sin embargo, los elementos no son granos de metales policristalinos sino grandes moléculas de materiales orgánicos. La fractura está a menudo precedida por el desarrollo de opacidad debido a la abertura de cavidades intermoleculares.

(9) *Tipos especiales de fractura.* - Cada uno de los tipos enumerados arriba ocurre con muchos materiales diferentes; además hay numerosos mecanismos de fractura que se deben a algún rasgo especial de la estructura y textura limitada a una clase de material más bien especial. Así por ejemplo materiales con la textura dendrítica a menudo se rompen según los límites de los dendritos (Iitaka, 1931; Iitaka y Yamagishi, 1938) y cristales gemelos o plegados según los planos de apareamiento o plegado (Orowan, 1942). Algunos de estos mecanismos especiales están íntimamente vinculados a uno de los tipos más generales; otros, sin embargo, son demasiado particulares para forzarlos a un esquema general».

§ 4. *Las teorías técnicas de rotura más satisfactorias.*

Deseamos terminar este estudio indicando, por dos razones, cuáles son las teorías técnicas de rotura que para los materiales más importantes mejor se ajustan a los resultados de los ensayos.

En primer lugar, para mostrar el estado concreto, satisfactorio, en que se encuentra la técnica con respecto a las teorías de rotura de los principales materiales.

En segundo lugar, porque con respecto a la teoría de Huber-von Mises-Hencky, que es la que mejor se ajusta a la realidad, para los materiales dúctiles damos una nueva interpretación que consideramos más sencilla, más lógica y que contempla mejor los aspectos físicos.

Aquí nos referimos a los dos grupos de materiales más corrientemente utilizados en las construcciones.

I. - *Materiales frágiles*. Hormigón y fundición.

La rotura se produce debido a las tensiones tangenciales sobre planos de deslizamiento, existiendo fuerte frotamiento interno; o por arrancamiento interno; o por arrancamiento debido a tensiones de tracción.

La teoría que mejor interpreta los hechos y da resultados prácticos muy satisfactorios es la de Mohr. Para una comprensión más íntima y profunda del fenómeno debería ahondarse la investigación siguiendo las líneas propuestas por Brandtzaeg (*).

II. *Materiales dúctiles*. Hierro, acero, aluminio, cobre, níquel, etc.

Para estos materiales, una gran cantidad de ensayos (destacándose entre ellos los del concienzudo y serio investigador suizo Ross en Zúrich y los de Lode en Alemania (**)), permite asegurar que la teoría que mejor se ajuste a la realidad es la de energía de distorsión, llamada teoría de Huber-von Mises y Hencky, que damos por conocida del lector.

Al autor no le cabe duda, desde hace varios años, de que esta teoría da resultados muy satisfactorios para los metales dúctiles, pero le chocaba profundamente que la energía de distorsión fuera calculada aplicando fórmulas válidas sólo en el campo elástico, que eran luego extendidas, sin más, al período plástico. Evidentemente era ésta una seria falla lógica que debía ser subsanada.

Desarrollando una idea esbozada en van Iterson (***) y Ross y Eichinger (****), hemos llegado a la conclusión de que esta teoría da buenos resultados, no porque la energía de distorsión sea un criterio que realmente se ajuste a los hechos, sino porque simplemente da resultados prácticamente similares a los que se obtienen con otra interpretación física más lógica, y sin la falla señalada.

En los metales dúctiles parece natural pensar que el factor

(*) Para estas teorías, véase la bibliografía que consta en el capítulo donde se enumeran las distintas teorías de rotura.

(**) Berichte des Werkstoff ansschuss V. D. E. Düsseldorf, 1925. Proc. 2nd. International Congress of Applied Mechanics, Zürich, 1926. Mitt. u. Forschungsarb, Heft 303, 1928.

(***) Traité de plasticité pour l'Ingenieur, Paris-Lieja, 1947.

(****) Versuche zur klärung der Frage der Bruchgefahr. Zurich.

determinante debe ser el esfuerzo tangencial máximo en el plano más favorable al deslizamiento.

(Si el factor determinante, fuera simplemente el esfuerzo tangencial máximo llegaríamos a la teoría de Guest-Mohr y, por ejemplo, se tendría para el corte simple $\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_z$, en lugar de $0,577 \sigma_z$, como da la experiencia y la teoría de la energía de distorsión).

Supongamos dadas las tres tensiones principales σ_1 , σ_2 y σ_3 . Elijamos un sistema de coordenadas, cuyos ejes x , y , z , coincidan con las rectas de acción de las tensiones principales. Si queremos determinar las tensiones en un plano cualquiera determinado por su normal n , cuyos cosenos directores son $\cos(nx)$, $\cos(ny)$, $\cos(nz)$ tendremos:

$$p_n = \sqrt{p_{nn}^2 + \tau_{nn'}^2} = \sqrt{p_{nx}^2 + p_{ny}^2 + p_{nz}^2} \quad [1]$$

$$p_{nx} = \sigma_1 \cos(nx); \quad p_{ny} = \sigma_2 \cos(ny); \quad p_{nz} = \sigma_3 \cos(nz) \quad [2]$$

$$p_{nn} = \sigma_1 \cos^2(nx) + \sigma_2 \cos^2(ny) + \sigma_3 \cos^2(nz), \quad [3]$$

siendo p_n la tensión que actúa sobre el plano determinado por n y que en general tendrá una componente normal a dicho plano p_{nn} (el primer índice indica al plano sobre el que actúa la tensión y el segundo índice la dirección de la componente) y una tensión tangencial $\tau_{nn'}$ (el primer índice corresponde al plano n ; el segundo, n' , es la dirección normal a n en el plano determinado por p y n).

Teniendo en cuenta las (1), (2) y (3), resulta:

$$\begin{aligned} \tau_{nn'}^2 &= p_{nx}^2 + p_{ny}^2 + p_{nz}^2 - p_{nn}^2 = \sigma_1^2 \cos^2(nx) + \sigma_2^2 \cos^2(ny) + \\ &+ \sigma_3^2 \cos^2(nz) - [\sigma_1 \cos^2(nx) + \sigma_2 \cos^2(ny) + \sigma_3 \cos^2(nz)]^2 = \\ &= \sigma_1^2 [\cos^2(nx) - \cos^4(nx)] + \sigma_2^2 [\cos^2(ny) - \cos^4(ny)] + \\ &+ \sigma_3^2 [\cos^2(nz) - \cos^4(nz)] - 2\sigma_1 \sigma_2 \cos^2(nx) \cos^2(ny) - \\ &- 2\sigma_1 \sigma_3 \cos^2(nx) \cos^2(nz) - 2\sigma_2 \sigma_3 \cos^2(ny) \cos^2(nz). \end{aligned}$$

Simplificando esta expresión, utilizando la relación

$$\cos^2(nx) + \cos^2(ny) + \cos^2(nz) = 1,$$

después de algunas transformaciones se llega a:

$$\tau_{nn'}^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos^2(nx) \cos^2(ny) + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \cos^2(nx) \cos^2(nz) + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \cos^2(ny) \cos^2(nz). \quad [4]$$

Para el caso de los metales que cristalizan en el sistema cúbico de caras centradas (el aluminio, cobre, níquel, etc.) el plano en que más favorablemente se efectúa el deslizamiento es el (111) cuyos cosenos directores con los ejes de simetría son

$$\cos(nx) = \cos(ny) = \cos(nz) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(Para el hierro los planos más favorables son el (101) y el (112). Para el tungsteno el (112)).

Si las tensiones principales actuaran según los ejes de simetría, la tensión tangencial en el plano (111) sería

$$\tau_{nn'} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad [4a]$$

Si fijamos como criterio de rotura que $\tau_{nn'}$ en el plano (111) no debe exceder de un cierto valor, característico para cada material llegamos a la condición

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \leq 2\sigma_z^2 \quad [5]$$

Siendo σ_z la resistencia a la tracción simple ($\sigma_1 = \sigma_z$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$).

La condición (5) que hemos determinado únicamente en base a la máxima tensión tangencial en el plano de deslizamiento más favorable, es *casualmente* igual a la condición que resulta de aplicar el criterio de máxima energía de distorsión.

En el caso del metal policristalino debe tenerse en cuenta la expresión general [4]. Pero no es lógico seguir el procedimiento de determinar el valor medio de $\tau_{nn'}$, suponiendo orientados igualmente en todas las direcciones los cristales elementales. Este criterio legítimo para determinar las deformaciones elásticas de un policristal partiendo de los principales coeficientes elásticos de un monocristal, no es válido para el caso de rotura, en que

interesan, no el promedio, sino los valores mínimos de resistencia determinados sólo por los elementos orientados más desfavorablemente.

Para el caso de tracción simple

$$(\sigma_1 = \sigma_z, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0)$$

la [4] nos da que el valor crítico constante

$$\tau_{n\nu} = \sigma_z \cos(nx) \operatorname{sen}(nx)$$

o

$$\sigma_{z_1} = \frac{\tau_{n\nu}}{\cos(nx) \operatorname{sen}(nx)} \quad [4b]$$

El valor mínimo de σ_{z_1} se tiene para

$$\cos(nx) = \operatorname{sen}(nx) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Es decir que la resistencia mínima a la tracción de un monocristal cúbico se tiene cuando se aplica la fuerza de tracción formando un ángulo de 45° con la normal al plano de deslizamiento más favorable. La fórmula (4b) permitiría suponer que orientando favorablemente al cristal, siendo $\tau_{n\nu}$ el factor determinante σ_z podría crecer. Ello es exacto y la experiencia lo comprueba (*). Pero σ_z no puede crecer indefinidamente, pues al llegar a cierto valor el deslizamiento se produciría sobre otro plano para el cual es, desde luego, $\tau_{n\nu}$ mayor que para el primer plano.

Con respecto al caso general de tres tensiones principales distintas la fórmula [4] nos dice que para que no ocurra la rotura debe tenerse

$$\begin{aligned} & (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos^2(nx) \cos^2(ny) + & \leq \sigma_{z_1}^2 \cos^2(nx) \operatorname{sen}^2(nx) \\ & (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \cos^2(nx) \cos^2(nz) + & \leq \sigma_{z_2}^2 \cos^2(ny) \operatorname{sen}^2(ny) \\ & (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \cos^2(ny) \cos^2(nz) & \leq \sigma_{z_3}^2 \cos^2(nz) \operatorname{sen}^2(nz). \end{aligned}$$

(*) Véase "Les bases de la resistance mécanique des métaux et alliages", por P. LAURENT, J. VALEUR et S. BOGROFF, París, 1947, cap. IV.

Para el caso de corte simple ($\tau_0 = \sigma_1 = -\sigma_2$; $\sigma_3 = 0$) se tendrá:

$$4\tau_0^2 \cos^2(nx) \cos^2(ny) + \tau_0^2 \cos^2(nx) \cos^2(nz) + \tau_0^2 \cos^2(ny) \cos^2(nz) \leq \sigma_z^2 \cos^2(nx) \operatorname{sen}^2(nx); \text{ etc.}$$

El valor mínimo de $\frac{\tau_0}{\sigma_z}$ se tiene para

$$\cos^2(nx) = \cos^2(ny) = \frac{1}{2}; \cos^2(nz) = 0$$

(o para los valores alternativos correspondientes) y es igual a $\tau_0 \leq 0,5 \sigma_z$ o sea igual al valor dado por la teoría de Guest-Mohr y encontrado en algunos ensayos. De acuerdo con la fórmula anterior el valor de $\frac{\tau_0}{\sigma_z}$ podría crecer teóricamente en forma indefinida.

El límite superior físico estará dado por el hecho de que el deslizamiento se producirá según el plano más favorable en segundo término. Faltan datos experimentales para llegar a valores concretos definitivos. Admitiendo a título de hipótesis que la resistencia en el segundo plano de deslizamiento fuera superior en un 50 % al del más favorable, se puede estimar que $\frac{\tau_0}{\sigma_z}$ máxima sería igual a 0,72. Debiéndose esperar una orientación media de los elementos más débiles, groseramente puede calcularse que $\frac{\tau_0}{\sigma_z}$ medio $\cong 0,60 \cong \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Estos valores, tanto el mínimo como el máximo y el medio son precisamente los obtenidos en los ensayos.

Podemos concluir provisoriamente, hasta que se realicen los ensayos, que esta interpretación sugiere, que desde el punto de vista de la resistencia, se llega a los mismos resultados en el policristal y en el unicristal cuando las rectas de acción de las tensiones principales coinciden con los ejes de simetría.

Agradecimientos.

El autor quiere dejar aquí constancia de su agradecimiento a aquellos con quienes ha cambiado ideas sobre estos problemas

y que lo han ayudado con valiosas sugerencias y aportes bibliográficos. Entre ellos se cuentan: el Dr. Teófilo Isnardi, cuyo curso dictado en 1935 en el Doctorado de Física sobre Teoría Matemática de Elasticidad le fué de gran utilidad; los Dres. Enrique Gaviola, Guido Beck, F. Westerkamp, A. E. Rodríguez y el Ing. Ernesto E. Galloni, con quien le ha sido grato colaborar en diversos estudios técnicos-científicos y quien ha leído varias partes del manuscrito.

Buenos Aires, abril de 1950.