LAS "SESIONES MATEMATICAS" DE 1960

La Comisión Nacional Ejecutiva del 150º Aniversario de la Revolución de Mayo ha resuelto encargar a la Unión Matemática Argentina, la organización de "Sesiones Matemáticas" con motivo de esa celebración.

En principio, esas sesiones se celebrarán en septiembre próximo en Buenos Aires y La Plata.

BIBLIOGRAFIA

KARL STRUBECKER, *Differentialgeometrie III, Theorie der Flächenkrümmung*, Sammlung Göschen, volumen doble n. 1180-1180 *a*, Walter de Gruyter & Co. Berlín, 1958.

Con este volumen termina el conjunto de tres volúmenes (los dos primeros correspondientes a los números 1113-1113 *a* y 1179-1179 *a*) dedicados a la geometría diferencial. Trata de la curvatura de superficies. Empieza por el tratamiento clásico de la curvatura de las curvas sobre una superficie (teoremas de Meusnier y de Euler) y las consecuencias que derivan del mismo (líneas de curvatura, superficies centrales, sistemas triples ortogonales, superficies especiales importantes en atención a las propiedades de sus líneas de curvatura, etc.). Estudia luego la curvatura de superficies según Gauss y la geometría intrínseca sobre la superficie, el teorema de Gauss-Bonnet y las superficies de curvatura constante. Las de curvatura constante negativa dan pie para el estudio de la geometría no euclidiana hiperbólica, lo que se hace de manera muy completa y elegante. Se tratan luego las condiciones de integrabilidad y sus aplicaciones a problemas de representación y deformación de superficies; se incluye la demostración de Herglotz del teorema de la rigidez de las superficies convexas. La última parte está dedicada al estudio de las superficies de área mínima, con los teoremas y ejemplos fundamentales.

En todos los puntos se encuentran interesantes ejemplos y notas históricas. En conjunto, los tres volúmenes constituyen una obra de Geometría Diferencial muy completa, con contenido superior al que podría esperarse dado el tamaño. Ello se debe a la buena selección de los temas tratados y a la habilidad expositiva del autor, que le permite en todo momento ser breve sin perder claridad.

L. A. Santaló

LUDWIG BAUMGARTNER, *Gruppentheorie*, Sammlung Göschen n. 837, Walter de Gryter & Co. Berlín 1958.

En cualquier rama de la matemática y de la física aparecen como fundamentales la idea de grupo y sus consecuencias más inmediatas. Sin entrar en los detalles propios de los especialistas en las diversas clases de grupos (finitos, infinitos, de Lie, ...) hay un denominador común que interesa a todos y cuya nomenclatura y relaciones esenciales debe ser conocida aún por los menos interesados en la teoría de grupos propiamente dicha. Es probable que el presente volumen sea muy útil a este respecto. El índice es el siguiente: Idea de grupo.

Ideas y métodos fundamentales. Grupos finitos. Permutabilidad y subgrupos. Grupo factor. Homomorfia. Automorfia. Endomorfia. Grupos libres y ligados. Sucesiones de grupos. Puntualizaciones sobre la definición de grupo.

Contiene muchos ejemplos y 94 ejercicios con la solución al final. Esto y la claridad con que son expuestos los conceptos fundamentales hacen el librito muy recomendable.

L. A. Santaló

M. FRECHET y KY FAN, *Introducción a la Topologia Combinatoria*, Editorial Universtiaria de Buenos Aires, Colección Cuadernos nº 7; 62 págs., 79 figuras. Traducido del original francés por D. A. H. Nogués. Buenos Aires, 1959.

Ha sido un acierto de la Editorial Universitaria de Buenos Aires traducir este libro de Frecht y Ky Fan para su colección de "Cuadernos". Se trata de una exposición intermedia, entre la vulgarización, en general engañosa, y la abstracta rigidez de las dedicadas a especialistas. Se dan ideas intuitivas y muchos conceptos se aclaran con abundantes figuras, pero las definiciones son precisas y se llega a resultados concretos importantes, como ser la clasificación topológica de las superficies cerradas.

El índice contiene entre otros los siguientes temas: Generalidades sobre la topología (problemas clásicos, homeomorfismos, topología conjuntista y combinatoria); nociones topológicas sobre las superficies (teorema de Euler-Descartes, característica de una superficie, orientabilidad y no orientabilidad, construcción de superficies a partir de polígonos por identificación de sus lados); clasificación topológica de las superficies cerradas (reducción a las formas normales, género y número de conexión de las superficies cerradas orientables). Al final se incluye la bibliografía fundamental sobre los temas tratados.

Los autores, en el prólogo de la primera edición froncesa fechado en 1943, anuncian un próximo volumen que lamentablemente no ha sido publicado. Tal vez se deba a que el proyecto inicial de "hacer la topología combinatoria comprensible sin extensos conocimientos matemáticos e incluso para alumnos de la escuela secundaria" fuera demasiado ambicioso y hayan los autores agotado todo lo posible de exponer de manera amena y sencilla en este primer volumen. Sin embargo, el contenido es suficientemente ilustrativo para dar una visión del objeto de la topología combinatoria y prepara muy bien al lector que desee profundizar tales conocimientos para la lectura de textos más completos.

L. A. Santaló

KONRAD KNOPP, *Elemente der Funktionentheorie*. Sammlung Göschen, Walter de Gruyter & Co., Berlín, 1959.

En forma elemental y con la claridad didáctica característica del autor se trata en este libro una selección de temas de la teoría de funciones de variable compleja, con prescindencia de todo lo referente al cálculo integral. Los números complejos, las transformaciones lineales (estudiadas en forma bastante detallada), los elementos de la teoría de conjuntos, sucesiones y series, la representación conforme y las funciones elementales están tratados de manera muy adecuada para cursos introductorios universitarios. Pero además cabe destacar que, de las 140 páginas que tiene el libro, el material de las 100 primeras está presentado de tal manera que podría ser directamente utilizado en nuestros colegios secundarios sin exigir una modificación importante de su estructura actual. Por tal motivo puede ser un instrumento útil para quienes se interesen por la enseñanza secundaria de las matemáticas.

Evelio T. Oklander

RICHARD COURANT, *Introdução à Teoria das Funções*, Curitiba, 1957.

Se trata de una traducción al portugués de las notas de un curso de introducción a la teoría de las funciones de variable compleja, dictado por el Prof. Courant en la Universidad de Nueva York.

El autor comienza analizando cuidadosamente las nociones elementales de la teoría y desarrolla luego, desde diversos puntos de vista, la noción de función analítica. A continuación expone la integración en el campo complejo, la teoría de las series de potencias y el método de prolongación analítica. Algunas notas, como por ejemplo las que se refieren a la geometría de Poincaré y a las aplicaciones físicas de la teoría de las funciones analíticas, y la introucdción al capítulo en que trata la integración, constituyen, sin duda a destacar el interés de la obra.

Como en otras obras didácticas de este autor, la exposición es sumamente clara.

El volumen, de 156 páginas, cuidadosamente impreso mediante el sistema offset, ha sido editado por la Sociedad Paranaense de Matemáticas. La traducción ha sido realizada por el Prof. Leo Barsotti.

Eduardo L. Ortiz

PAUL LORENZEN, *Formale Logik*, Sammlung Göschen, vols. 1176-1176a, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1958, 165 págs.

En este pequeño librito, el profesor de la Universidad de Kiel intenta ofrecer un panorama escueto de los resultados elementales de la lógica formal (matemática) contemporánea. Se asemeja así a textos como el de Robert Blanché (*Introduction à la logique contemporaine*, Libr. Armand Colin, 1957) o el de Goodstein (*Mathematical Logic*, Leicester Univ. Press, 1957), en los que se ofrece, condensados en volúmenes de pequeño formato, un croquis de los conceptos y resultados básicos de la lógica actual. Pero el libro de Blanché se dedica más a fundamentar conceptualmente este croquis que a desarrollarlo, por lo cual resulta más útil a un estudiante de filosofía que a uno de matemática. El de Goodstein, que pretende ofrecer gran cantidad de resultados, termina por no demostrar realmente ninguno, de donde resulta prácticamente inútil para el que desee iniciarse en el tema. El profesor Lorenzen, consigue, por el contrario, mantenerse en una conveniente posición intermedia; su obra desarrolla la lógica formal sin dedicar más de lo necesario a las referencias históricas o conceptuales; demuestra casi todos los resultados que menciona (con excepción de aquéllos, como el de Church sobre la imposibilidad de un método de decisión en la lógica de orden uno, que exige un largo desarrollo especial). No pretende, como Goodstein, dar una visión total del tema, pero dice lo suficiente como para que el lector que desee iniciarse encuentre claramente definidos los métodos y resultados básicos de los primeros niveles de la lógica formal contemporánea.

Luego de una pequeña introducción histórica, el autor comienza con una explicación sobre la relación existente entre la lógica tradicional aristotélica y una generalización natural donde se admiten predicados poliádicos —aplicables a varios sujetos—. Efectúa luego un análisis formal de los modos clásicos del silogismo, teoría que simplica de modo bastante ingenioso al hacer entrar en juego relaciones conversas a las que ligan sujeto y predicado en los modos clásicos A y O.

El autor pasa luego a ocuparse de las conexiones proposicionales fundamentales (*Junktoren*), empezando por la conjunción, la negación, la disyunción inclusiva (*Adjunktion*), y terminando por efectuar un estudio detallado de las relaciones entre todos los conectivos: interdefinibilidad, tablas de verdad, formas normales, etc. Luego se define lo que es un cálculo (en el sentido de ''sistema sintáctico''), para indicar luego como construir, mediante reglas de Gentzen, un cálculo proposicional (*Kalküle der Junktorenlokig*). Se demuestran luego la consistencia y completicidad del cálculo. Se efectúa un interesante análisis de ''lógica afirmativa'', construída sintácticamente y examinada en varias de sus formas. Se examina luego lo que ocurre si a esos cálculos se agrega la negación, en forma más o menos atenuada (por ej., la lógica intuiocionista). El texto concluye con una exposición clara, más o menos canónica, de la lógica de la cuantificación y de la lógica de la identidad. La impresión es nítida y agradable, sin errores.

Gregorio Klimovsky

ORBIT THEORY, *Proceedings in Symposia in Applied Mathematics*, vol. IX. American Mathematical Society. 1959. (195 pgs.).

Se trata del resumen del noveno symposium de matemática aplicada, realizado en la Universidad de Nueva York en fecha 4-6/4/1957.

Garrett Birkhoff y Rudolph E. Langer, los editores, advierten en la introducción que la teoría de órbitas, aplicada a la mecánica celeste, siendo una de las ramas más antiguas de la mecánica, no ha perdido actualidad, sino por el contrario, sus progresos han sido significativos en los últimos años. Precisamente para llamar la atención de los matemáticos sobre tales temas, se había planeado este symposium.

Damos a continuación una breve idea de los artículos expuestos.

E. D. COURANT, *Orbit stability in particle accelerators.*

En los aceleradores de partículas del tipo del ciclotrón (sincrociclotrón, bevatrón etc.) las partículas recorren trayectorias circulares, cuyo cálculo primario no ofrece dificultades. Es cuando se analiza la estabilidad de tales trayectorias, vale decir el efecto de perturbaciones de la velocidad y dirección de la partícula así como de la distribución del campo magnético, cuando resultan ecuaciones diferenciales no-lineales, ecuaciones a coeficientes periódicos etc. De tales ecuaciones se ocupa este trabajo. Se citán métodos modernos de tratar estos problemas y se discute su importancia en las aplicaciones.

STANISLAW OLBERT, *Motion of cosmic-ray particles in galactic magnetic fields.*

Según una teoría de Fermi, el origen de la radiación cósmica primaria serían partículas cargadas eléctricamente que, en su travesía por el espacio sideral, son aceleradas paulatinamente por campos magnéticos en movimiento que parecen existir en el espacio interstelar. En esta exposición se estudia el movimiento de partículas en ciertos campos magnéticos típicos, deduciendo conclusiones acerca de la teoría antes mencionada. Para la discusión del aspecto físico se remite a otra bibliografía.

WILLARD H. BENNETT, *Störmer orbits.*

Es sabido que una partícula eléctricamente cargada, proveniente por ejemplo del sol, recorre, al llegar a las inmediaciones de la tierra, una trayectoria complicada debida al campo magnético terrestre. Existen incluso trayectorias "cautivas", en las cuales la partícula no puede alcanzar la tierra ni alejarse indefinidamente de ella, espiralando en cambio alrededor de una línea de fuerza norte-sud, al mismo tiempo que ésta rota alrededor del eje (magnético) terrestre. Se exponen aquí una serie de resultados experimentales relativos a tales órbitas de Sörmer. Las fotografías de las trayectorias incidentes, reflejadas, cautivas etc. son muy ilustrativas.

PAUL HERGET, *General Theory of Oblateness Perturbations.*

En la integración de la trayectoria de un cohete o satélite, uno de los efectos más importantes es el achatamiento del globo terrestre, que hace inexacto el cálculo de primera aproximación que supone la tierra esférica. Se desarrollan aquí las ecuaciones que tienen en cuenta tal perturbación y se dan algunas indicaciones relativas al cálculo práctico.

FRED I. WHIPPLE, *Fundamental Problems in Predicting Positions of Artificial Satellites.*

Este trabajo contiene datos muy interesantes sobre el cálculo de trayectorias de satélites artificiales, en base a observaciones ópticas y radiométricas de sus posiciones. Se compara la precisión de los cálculos con la de las observaciones, y en cuanto a los primeros, la influencia de las diversas causas de error.

KRAFFT A. EHRICKE, *Cislunar Orbits.*

Defínense como órbitas cislunares aquellas que quedan determinadas fundamentalmente por la fuerza de atracción de la tierra, la luna y del sol. Despreciando la influencia del sol resulta el problema de los tres cuerpos, para el cual puede tratarse luego la atracción solar como perturbación. Los cálculos demuestran la existencia y posición de los puntos de libración, o sea puntos de equilibrio de las diversas fuerzas de atracción y centrífuga. Se dan también valores numéricos correspondientes.

JOSEPH W. SIRY, *Satelite Launching Vehicle Trajectories.*

El cálculo de la trayectoria del vehículo portador de un satélite artificial es sumamente complejo por la diversidad de factores de perturbación que entran en juego. Desde el punto de vista del proyectista, la trayectoria para la cual se deberá preparar un tal cohete, tiene que tener en cuenta la incertidumbre de muchos datos como la velocidad exacta del cohete y su orientación angular correcta. Se deberá prever una trayectoria tal que aún con peuqeñas desviaciones de los valores de cálculo, el satélite quede en una órbita aceptable, o sea de suficiente tiempo de vida (la que depende de la altura del perigeo). Una vez expuestas con bastantes detalles las ecuaciones del problema y las causas de error, se discute precisamente cuál es la trayectoria óptima en el sentido antes indicado.

W. J. ECKERT, *Numerical Determination of Precise Orbits.*

El cálculo de las órbitas de los planetas con la mayor exactitud posible, tanto para tiempos futuros como para tiempos pasados, tiene importancia en varios aspectos y ha sido desde hace mucho una preocupación de los astrónomos. Mientras que para los cálculos a mano los métodos más indicados eran los desarrollos en serie, ahora, con el auxilio de las grandes computadoras electrónicas, la integración directa ofrece ventajas. Así han sido calculadas las órbitas de los cinco planetas exteriores (Júpiter, Saturno, Urano, Neptumo y Plutón) teniendo en cuenta las atracciones mutuas y, naturalmente, la del sol. Se han tomado como datos unas 25.000 observaciones que datan desde el año 1780. El problema matemático consistió en la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales, de orden 30, con 15 a 16 cifras exactas de las coordenadas, utilizando intervalos sucesivos de tiempo de 40 días, en un intervalo total de 400 años.

DIRK BROUWER, *Comments on General Theories of Planetary Orbits.*

Es ésta una discusión de los métodos de cálculo de órbitas planetarias por desarrollo en serie, de las diversas perturbaciones.

CARLOS GRAFF-FERNÁNDEZ, *Orbits in Birkhoff's Central Field.*

G. D. BIRKHOFF ha establecido las ecuaciones de gravitación que determinan las órbitas de los planetas, en base a la teoría de la relatividad restringida de Einstein. Se obtienen así ecuaciones para las trayectorias de partículas materiales, y como caso límite de ellas también las trayectorias de partículas sin masa en reposo (fotones). Es interesante la clasificación de las posibles órbitas, pues además de los tipos clásicos (elipse, parábola, hipérbola) existen otros que el autor llama de "captura relativista".

La obra, en general, está muy bien presentada. Su interés es fundamentalmente informativo, respecto de los diversos temas matemáticos vinculados a esta disciplina, lo que se complementa muy bien con la bibliografía que trae cada trabajo.

E. Roxin

RODOLFO A. RICABARRA, *Conjunaos ordenados y ramificados* (*Contribución al estudio del Problema de Suslin*), Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, 1958, 357 págs.

La teoría de conjuntos constituye, dentro del campo de la matemática contemporánea, una disciplina singular; los matemáticos se acuerdan de ella con cierto frío respeto que a veces encubre una mal disimulada ojeriza. Sin duda que, por constituir el fundamento básico a partir del cual es posible edificar el resto de la matemática actual, resulta imposible dejar de concederle la importancia que merece; todo texto que de algún modo intente dar cuenta de alguna parte significativa de esta ciencia, no olvidará indicar los procedimientos que permiten obtenerla a partir de la teoría de conjuntos (vaya como ejemplo el de la enciclopedia Bourbaki, o el de la Topología de Kelley, etc.). Pero, por otra parte, los matemáticos no olvidan que la llamada "crisis de la matemática", es decir, la aparición de antinomias que conmovieron los fundamentos lógicos de esta ciencia exacta, tuvo su origen específicamente dentro de la teoría de conjuntos. Únase a ello cierta sensación de exagerada distancia entre el nivel de abstracción de la disciplina conjuntística y las necesidades inmediatas de la investigación dentro de cada especialidad matemática, para explicar por qué el centro de gravedad de las investigaciones sobre teoría de conjuntos está más bien dentro del campo de los lógicos o de los fundamentadores de la matemática que en el terreno de la matemática propiamente dicha (una excepción la constituye, como es notorio, la escuela matemática polaca). Todo esto daría la razón del hecho por el cual, en comparación con otras especialidades, la aparición de libros sobre teoría de conjuntos es relativamente escasa. Además, se trata en general de textos que intentan ofrecer un panorama de los distintos aspectos de la teoría (teoría general, teoría cardinal, orden total, buen orden, etc.), más que de estudios donde se investiguen sistemática y profundamente problemas especiales. Dejando de lado contribuciones como las de Gödel sobre la hipótesis del contínuo y el axioma de elección (que corresponden quizá al campo de la fundamentación de la matemática), o las que encontramos en trabajos sobre reticulados (que han desembocado en una disciplina que por su "mayoría de edad" no puede considerarse ya como teoría de conjuntos propiamente dicha), y descartando la obra sobre enumeración transfinita de Denjoy donde sólo se encuentra una considerable pero algo deshilvanada colección de observaciones parciales, sólo raramente se cuenta con estudios como el de Sierpiński sobre la hipótesis del contínuo o la tesis de G. Kurepa sobre el problema de Suslin. La aparición del presente trabajo de Ricabarra agrega una unidad más al número muy pequeño de obras de este último tipo, y constituye por consiguiente un acontecimiento singular en el desarrollo de la teoría de conjuntos.

Los tres problemas más difíciles de la teoría de conjuntos son, desde las dos primeras décadas de nuestro siglo, el del axioma de elección, el de la hipótesis del continuo y el de la hipótesis de Suslin. El primero está casi resuelto, pues Gödel ha mostrado la consistencia del axioma de elección respecto de los restantes axiomas de *su* teoría de conjuntos (un perfeccionamiento de las teorías de von Neumann y Bernays), cosa que también vale para el sistema de Zermelo o el de la teoría simple de los tipos; por otra parte, Fraenkel, Mostowski y Mendelson han mostrado que el axioma no puede demostrarse a partir de los restantes axiomas, si se admite la existencia de ''individuos'' o de ''conjuntos extraordinarios'' (en cambio, no se sabe que ocurre si la teoría es ''pura''). Por otra parte, Specker ha mostrado que el axioma es simplemente *falso* en sistemas como los de Quine. En cuanto a la hipótesis del contínuo, Gödel mostró —en el ya aludido trabajo— que la hipótesis generalizada del continuo es consistente respecto de los restantes axiomas de la teoría, resultado que implica —de acuerdo con un notable teorema de Sierpiński— la consistencia del axioma de elección y, como es obvio, la consistencia de la hipótesis simple del continuo.

En cuanto a la situación lógica del problema de Suslin, nada se sabía hasta aparecer en 1954 el resultado de Esenin-Volpin, según el cual una teoría de conjuntos consistente del tipo Bernays-Mostowski en el que no figure el axioma de elección ni su negación (ni formas débiles que de éstos deriven) permanece consistente si se agregan como axiomas las negaciones del axioma de elección y de la hipótesis de Suslin (de pasada, se obtiene otra demostración del resultado de Fraenkel sobre la independencia del axioma de elección). Pero nada sabemos acerca de lo que ocurre si el axioma de elección es válido (tampoco sabemos lo que ocurre, aún si fuera falso el axioma de elección, en el caso de tratarse de una teoría ''pura'' de conjuntos. Nada sabemos aún acerca de la imposibilidad de tal situación).

El trabajo de Ricabarra sirve para mostrarnos que los resultados más interesantes sobre el problema de Suslin (en particular, equivalencias lógicas con la hipótesis, o teorías de estructura de tipos de conjuntos totalmente ordenados entre los cuales debe hallarse el contraejemplo a la hipótesis de Suslin, si tal contraejemplo existe) descansan en el empleo sistemático del axioma de elección o, al menos, de ciertas formas débiles del axioma. Ello parece sugerir que la dirección de Esenin-Volpin no es la verdaderamente interesante, y que lo que verdaderamente importa es saber qué ocurre con la hipótesis de Suslin si el axioma de elección se cumple. He ahí un atractivo problema de axiomática de la teoría de conjuntos, para el cual la teoría de Ricabarra resulta imprescindible.

El autor se propone, según manifiesta en el Prefacio, desarrollar sistemáticamente las ideas de Kurepa. En este desarrollo, el análisis llega en profundidad y en extensión bastante más allá de los resultados ya clásicos del matemático yugoeslavo, ofreciendo una atractiva colección de teoremas y construcciones ingeniosas, redactados con un estilo conciso, penetrante e incisivo. Constantemente se ofrecen sugestiones para investigaciones ulteriores. Creemos que este trabajo tiene ganado ya incontrovertiblemente un lugar especial en la historia de las propiedades de los conjuntos totalmente ordenados y ramificados.

En el Capítulo I se resumen los conceptos básicos que se utilizarán en los capítulos posteriores. Conjuntos totalmente ordenados, tipos de orden, operaciones ordinales, números ordinales, alef, formas normales, topología de ordinales, cerrados confinales, funciones retractantes y progresantes, propiedades de conj. ordenados en general, propiedades de conjuntos ordinales lineales, topología de orden, cuadros y sucesiones ramificadas (conceptos ya introducidos por Kurepa y que sirven para analizar importantes entidades duales de los K-conjuntos) y, finalmente, las proposiciones "zermelianas", formas débiles del axioma, cuyas relaciones mutuas desde el punto de vista lógico se indican en un "Esquema Zermeliano". Toda esta parte constituye de por sí una sugestiva introducción a las cuestiones generales de la teoría, aderezada por algunas formas de presentación originales, por ejemplo, la de los teoremas sobre funciones retractantes y progresantes.

En el capítulo II se introducen los conjuntos totalmente ordenados de tipo (K). Son conjuntos con primero y último elementos, densos, todos sus subconjuntos son ralos en la topología del orden, verifican el primer axioma de numerabilidad, todo subconjunto numerable posee ínfimo y supremo, toda clase disyunta de secciones no puntuales que tiene tipo de orden lineal es a lo sumo numerable, y contienen un conjunto topológicamente denso en el total, de cardinal menor o igual a alef uno. Son los conjuntos entre los que debe estar el contraejemplo a la hipótesis de Suslin si es que existe. Ricabarra edifica una teoría de estructura para tales conjuntos, con el fin de lograr subfamilias cada vez menos extensas de tales conjuntos (K) y poder "acorralar" a tal contraejemplo, si existe, o mostrar que no existe, en caso contrario. En este capítulo se demuestran las propiedades elementales de dichos conjuntos y se estudia uno de los ejemplos clásicos de conjunto (K), el ejemplo de Kurepa-Denjoy, que da lugar al tipo $\varkappa_1$, del cual se estudian su estructura y propiedades, en especial su homogeneidad y simetría.

En el capítulo III se estudian los desarrollos triádicos de (K)— conjuntos. Esto es de importancia para la teoría de estructura, pues para mostrar que dos conjuntos totalmente ordenados no son isomorfos sirve a veces saber que uno de ellos admite descomposiciones que el otro no admite. El desarrollo triádico es una forma canónica de descomposición en una familia creciente (de tipo ω_1) de triádicos de Cantor. Ello permite generalizar para todo (K) el concepto de racional a izquierda (a derecha), intervalo triádico, etc., e introducir el cuadro ramificado de los intervalos triádicos. Se introduce la teoría de dualidad entre conjuntos y sucesiones de tipo (K).

En el capítulo IV se estudian los conjuntos de tipo (k) —corresponden a los racionales a izquierda de un desarrollo triádico—. Se estudian las propiedades de subconjuntos de los conjuntos (K), y se estudia el problema de la existencia de subtipos completos, así como la relación entre los (K) y la familia de los $\theta\omega^{\alpha}$ de Hausdorff. En el capítulo V se comienza a desarrollar la difícil teoría de la homogeneidad, que encuentra su aplicación en el capítulo VI, en el estudio sistemático de los (K)— conjuntos acotados, sus teoremas de dualidad y propiedades de homogeneidad. En el capítulo VII se estudia una clasificación de los (K) conjuntos y sus mutuas relaciones. En el capítulo VIII se vuelve al tipo $\varkappa_1$, estudiando su vinculación con otros tipos originales, vinculación que a veces permite dar condiciones necesarias y suficientes para caracterizar esos tipos.

En el capítulo IX se estudia el problema de Suslin, estableciéndose equivalencias con otros enunciados, o implicaciones. Entre ellas, es interesante, por su sabor abstracto, la que indica que si la hipótesis es falsa debe existir una (K_0S)— sucesión bien ordenada en tipo ω_1 de modo que todos los subconjuntos de la sucesión que corresponden a un cerrado cofinal en ω_1 de índices, son cofinales en la sucesión. La equivalencia de la hipótesis de Suslin con la de no existencia de conjuntos de Lusin de tipo no lineal, es otro de los resultados llamativos de Ricabarra.

El capítulo X está destinado a dar indicaciones bibliográficas y comentarios a los capítulos anteriores (una de las particularidades del estilo del autor es la casi completa ausencia de referencias bibliográficas durante el desarrollo de la teoría). Estas son muy interesantes, jugosas, y aclaran muchas veces notablemente el propósito y alcance de ciertos pasajes del texto (por ejemplo, la vinculación con los ''problemas milagrosos'' de Kurepa).

En resumen, una obra profunda y original, de la que nuestro medio puede estar orgulloso.

Gregorio Klimovsky

GHEORGHE TITEICA, *Geometrie diferentiala proiectiva a retelelor*, Editura Academiei Republicii Populare Romine, 1956.

En 1923 apareció en lengua francesa el libro *Géométrie différentielle projective des réseaux* de G. Tzitzeica, libro que resultó fundamental para el desarrollo de la geometría difencial proyectiva. En 1956, la sección de geometría del Instituto de Matemáticas de la Academia de la República Popular Rumana, creyó que el mejor homenaje que podía rendirse a la memoria de Tzitzeica era traducir a su idioma de origen dicho libro, devenido clásico. Se trata, pues, de la traducción al rumano, sin añadidos ni comentarios, de la obra mencionada, sobradamente conocida para que creamos necesario señalar el contenido. La traducción fue hecha por Andrei Dobrescu. Si bien gran parte del contenido se encuentra de manera más completa y con métodos más modernos en obras posteriores, la obra de Tzitzeica será siempre leída con provecho por su estilo claro, fresco y elegante.

L. A. Santaló