# UN MODELO MACROECONOMICO DE DESARROLLO

por FAUSTO I. TORANZOS
(Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires)

El propósito de este trabajo es estructurar un modelo macroeconómico que exprese matemáticamente un esquema de las relaciones estructurales que ligan, a través del tiempo, la evolución demográfica de un país en desarrollo como Argentina, con los factores económicos fundamentales que son producción, consumo, capital, inversión, mano de obra y nivel tecnológico.

Seguimos, en principio, la línea de pensamiento expuesta por Haavelmo (1), Johansen, Leid (2) tratando de adaptar, las ideas que estos autores concibieron para países de economía prácticamente estabilizada, a un país en plena evolución como Argentina.

Utilizaremos los siguientes símbolos:

$X$ para el volúmen de producción en valores agregados;

$K$ el monto de bienes de capital, materia prima, etc., empleados en la producción;

$N$ volúmen de la población;

$T$ índice del nivel tecnológico;

$\dot{K} = \dfrac{dK}{dt}$, tasa de inversiones.

Las unidades se elegirán de manera que resulten comparables los distintos factores, habitualmente se toma una unidad monetaria fija en el tiempo.

El modelo está formado por las siguientes ecuaciones.

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N, \qquad [1]$$

$$X = B\, N^{\beta} K^{1-\beta}\, T; \qquad [2]$$

$$\dot{K} = C\, N^{\gamma_1} K^{\gamma_2} X^{\gamma_3}; \qquad [3]$$

$$T = D\left(\frac{K}{N}\right)^{\tau} \qquad [4]$$

(1) Economic Evolution (1956).
(2) Rules of Thumb for the expansion of Industrias in a process of Economic Growth - Econométrica (1960).

Las demás letras son parámetros constantes a determinar por ajuste mediante procedimientos de regresión lineal.

La ecuación [1] expresa que la tasa relativa de crecimiento de la población $\frac{\dot{N}}{N}$ es una constante. Esta afirmación se cumple en Argentina con buena aproximación para períodos cortos como el que puede abarcar este estudio (diez años aproximadamente) para períodos más largos habrá que introducir una ley variable de crecimiento. La población argentina en las últimas décadas ha venido creciendo aproximadamente 1,6 % por año debido al crecimiento vegetativo, y en promedio poco más de el 0,4 % debido a los movimientos migratorios que son variables de año a año pero con estabilidad en promedio.

La ecuación [2] es similar a la clásica de Douglas y Cobb, modificada por la introducción del factor $T$ que es un índice del nivel tecnológico, que debe figurar en la ecuación representando la causa de variación de la producción correspondiente a la unidad hombre y a la unidad capital.

La ecuación [3] indica que la inversión puede expresarse de forma tal que los factores económicos que la determinan aparezcan con elasticidades constantes.

La ecuación [4] sirve para definir el índice de nivel tecnológico $T$, como una potencia del capital "per cápita".

Trataremos de expresar primeramente las demás variables en función de $t$ y $K$:
de [1] resulta inmediatamente

$$N = N_0 \rho^{\alpha t} \qquad [1']$$

Siendo $N_0$ la población en el instante $t = 0$, que se tomará en la iniciación del período de nuestro estudio.

De [2] y [1'] resulta

$$X = B_1 e^{(\beta-\tau)\alpha t} K^{1-\beta+\tau} \qquad [2']$$

De [3] [1'] [2'] sale

$$\dot{K} = \rho_1 \rho^{rdt} K^s,$$

siendo

$$\rho_1 = \rho_0 N_0^{\gamma_1} \beta_1, \quad r^{\delta} = j_3 (\beta - \tau), \quad \delta = j_3 (1 - \beta - \tau)$$

integrando la ecuación diferencial

$$K^{-\delta} dK = C_1 \rho^{r\alpha t} dt$$

$$\frac{K^{1-\delta}}{1-\delta} = \frac{C_1}{r\delta} \rho^{r\alpha t} + C_2$$

$$K = \sqrt{\frac{C_1(1-\delta)}{r\alpha} \rho^{r\alpha t} + C_2(1-\delta)} \qquad [5]$$

*Variación de los factores de evolución.* Estudiaremos a continuación las relaciones entre las variaciones de los distintos factores:

Reemplazando [5] en [2′] tendríamos $X$ en función de $t$.

Haciendo la derivada logarítmica respecto a $t$ en [2] e indicando con $\hat{u}$ la expresión $\frac{\dot{u}}{u}$ resulta

$$\frac{\dot{x}}{x} = \beta \frac{\dot{N}}{N} + (1-\beta) \frac{\dot{K}}{K} + \frac{\dot{T}}{T}$$

$$\hat{x} = \beta \hat{N} + (1-\beta) \hat{K} + \hat{T} \qquad [6]$$

y, si dividimos [2] por $N$ y efectuamos la derivada logarítmica queda

$$\frac{X}{N} = B \left(\frac{K}{N}\right)^{1-\beta} T = BD \left(\frac{K}{N}\right)^{1-\beta+\tau} \qquad [2'']$$

$$\widehat{\left(\frac{X}{N}\right)} = (1-\beta+\tau) \widehat{\left(\frac{K}{N}\right)} \qquad [7]$$

o sea que la tasa de variación del producto "per cápita" es la tasa de variación del capital "per cápita" multiplicado por el factor $(1-\beta+\tau)$.

Un programa de desarrollo de un país contiene como meta fundamental la elevación del producto "per cápita" es decir de $\widehat{\left(\frac{X}{N}\right)}$.

Podemos ahora responder a la pregunta de la necesidad de crecimiento de $K$ requerida para realizar un determinado crecimiento de $\widehat{\left(\frac{X}{N}\right)}$ resultará, teniendo en cuenta que $\widehat{\left(\frac{K}{N}\right)} = \hat{K} - \hat{N}$.

$$\hat{K} = \frac{\widehat{\left(\frac{X}{N}\right)}}{1-\beta+\tau} + \hat{N}$$

se ha puesto con esta fórmula de manifiesto la necesidad de capital para realizar un determinado incremento del producto "per cápita", el depende de lo que ocurra con el cociente.

Si $\hat{K} < \hat{N}$ es el país se empobrecería por disminución de la renta "per cápita" ya que $\left(\frac{\hat{X}}{N}\right)$ sería negativo.

Si $\hat{K} = \hat{N}$ tendríamos el crecimiento malthusiano $\hat{X} = \hat{N}$ es decir el país permanecerá económicamente estancado.

Si $\hat{K} > \hat{N}$, entonces habrá un crecimiento del producto per cápita es decir $\hat{X} > \hat{N}$.

Deseamos destacar como conclusión importante el papel de $\tau$, la elasticidad del índice de nivel tecnológico respecto de $\frac{K}{N}$. Según [7], fijando $K$, el recurso fundamental de que dispone Argentina para incrementar el producto "per cápita" es precisamente elevar su nivel tecnológico. Esto hace resaltar la importancia que podría adquirir la acción universitaria como acelerador del proceso de desarrollo.