RESEÑA DEL LIBRO ALGEBRA DE MICHAEL ARTIN

NICOLÁS ANDRUSKIEWITSCH

Algebra, M. Artin. Birkhäuser, Basel, 1993, 720 páginas. ISBN 3-7643-2927-0

> *Important though the general concepts and propositions may be with which the modern and industrious passion for axiomatizing and generalizing has presented us, in algebra perhaps more than anywhere else, nevertheless I am convinced that the special problems in all their complexity constitute the stock and core of mathematics, and to master their difficulties requires on the whole the harder labor.*
>
> HERMANN WEYL

Este libro, una introducción al álgebra diseñada para los primeros cursos universitarios de esta materia, está basado en notas de clases dictadas por el autor a lo largo de veinte años. La fuente de esta reseña es la edición en alemán de Birkhäuser (1993), traducción de la versión original en inglés publicada por Prentice Hall en 1991.

El enfoque adoptado para la elección de los temas y su presentación se sustenta, como lo expresa el autor en el prefacio, en los siguientes principios:

1. Los ejemplos fundamentales deben preceder a las correspondientes definiciones.

2. El libro no es una obra de consulta, de modo que puntos técnicos son desarrollados únicamente si son necesarios.

3. Los temas tratados deben ser significativos para todo matemático.

En este espíritu, ilustrado por la cita de H. Weyl que sirve de epígrafe al Prefacio del libro- y a esta reseña-, se privilegia el estudio de temas particulares, como simetrías, grupos lineales y extensiones cuadráticas de $\mathbb{Q}$.

El libro consta de catorce capítulos y un apéndice, donde se presentan algunos resultados y nociones de uso en el texto principal. A continuación se describen someramente los contenidos del libro.

Los primeros cuatro capítulos ("Matrices", "Grupos", "Espacios vectoriales", "Transformaciones lineales") cubren definiciones y resultados básicos.

La segunda parte del libro atañe a los grupos y sus relaciones con la geometría. Así, en el capítulo quinto ("Simetrías") se estudian las acciones de los grupos ortogonales en dos y tres dimensiones, y sus subgrupos discretos. Por ejemplo, se clasifican los subgrupos discretos de SO_3. El capítulo sexto ("Más sobre grupos") incluye, entre otros tópicos, los teoremas de Sylow, la clasificación de los grupos de orden 12, los grupos simétricos y la presentación de un grupo por generadores y relaciones. El capítulo séptimo está dedicado a las formas bilineales: clasificación de las formas bilineales simétricas y antisimétricas, formas hermíticas, teorema espectral. En el capítulo octavo ("Grupos lineales"), se definen los grupos clásicos y se estudia en detalle la estructura geométrica del grupo especial unitario SU_2. Se discuten los subgrupos monoparamétricos y las álgebras de Lie de los grupos clásicos. El capítulo noveno contiene los elementos básicos de la teoría de representaciones de dimensión finita: caracteres, relaciones de ortogonalidad, lema de Schur. Se clasifican las representaciones irreducibles del grupo del icosaedro y de SU_2.

La tercera parte del libro concierne a la aritmética y al álgebra conmutativa. En el capítulo décimo se introducen nociones básicas de la teoría de anillos; se esboza la relación entre álgebra conmutativa y geometría algebraica. En el capítulo undécimo se considera la factorialidad, a través de ejemplos- anillos de enteros en extensiones cuadráticas de los racionales- y de condiciones axiomáticas- dominios de ideales principales, dominios euclídeos. Se discute la factorización en ideales primos y el grupo de clases. En el capítulo duodécimo ("Módulos") se parte de la definición y se llega a la clasificación de los grupos abelianos finitamente generados; la prueba de este resultado es adaptada para obtener las formas racional y de Jordan de un endomorfismo de un espacio vectorial. El capítulo decimotercero está consagrado a la teoría de cuerpos e incluye, por ejemplo, la clasificación de los cuerpos finitos, una prueba del teorema fundamental del álgebra y la determinación de los puntos del plano constructibles con regla y compás. El capítulo decimocuarto y último ("Teoría de Galois") aborda el teorema de Galois y aplicaciones: ecuaciones solubles por radicales, ecuaciones de quinto grado, extensiones de Kummer y ciclotómicas.

Cada capítulo concluye con una larga lista de ejercicios; aquí también, como en el texto principal, se enfatiza la consideración de ejemplos y casos particulares.

El estilo del autor es claro, ameno y abundante en motivaciones. Así, por ejemplo, la definición de grupo en el capítulo 3 ocupa las páginas 40 a 42. La exposición de algunos temas se complementa con enunciados de teoremas más avanzados, sin demostración.

Hay una permanente intención de desarrollar en el estudiante una adecuada intuición mediante ejemplos e interpretaciones geométricas, así como de relacionar al álgebra con otras ramas de la matemática; por caso, en la sección 7 del capítulo 4 (Transformaciones lineales) se explica la resolución de sistemas lineales (diagonalizables) de ecuaciones diferenciales. En contrapartida, se minimiza deliberadamente el empleo de métodos axiomáticos; así por ejemplo, el principio de inducción es presentado en la página 397, capítulo 10.

Indudablemente este libro es un aporte valioso a la enseñanza del álgebra en el inicio del ciclo universitario y su uso, de provecho para el docente como fuente de ejemplos, permite acceder a las definiciones fundamentales del álgebra moderna a través de importantes problemas particulares de enunciado sencillo. Sin embargo, el autor de esta reseña vacila en sugerir ceñirse estrictamente al punto de vista mantenido en esta obra; a su juicio, un matemático moderno precisa también manejar con soltura las técnicas axiomáticas y no es desdeñable la idea de familiarizar al estudiante con ellas desde su ingreso a la Universidad.

FAMAF, Avs. Medina Allende y Haya de la Torre, 5000 Ciudad Universitaria, Córdoba, Argentina

E-mail address: andrus@mate.uncor.edu, andrus1@famaf.uncor.edu