

DE MATEMÁTICA Y MATEMÁTICOS*

En la mente de aquellos que no la han tratado o que la han conocido sólo como una forma de rigor escolar o tal vez como un instrumento, la matemática se presenta con una imagen adusta y severa. Salida entera y perfecta de las manos de hombres de épocas heroicas (más hombres aquellos) —como Venus de las olas del mar— se yergue dura e indiferente a toda ternura, devoción o fantasía. No se la ama, acaso se la odia, pero siempre se la admira colocándola más allá de lo humano. Los rigurosos e implacables ritos de iniciación a los que según una metodología tradicional se sometía a los neófitos, fueron para muchos más que motivo para desterrarla de sus intereses declarándola cosa seria y aburrida. Y con razón, pues qué hacer con cosa tan sólidamente atada con nudos lógicos, tan perfecta y cabalmente terminada sino apartarla de sí y aborrecerla o admirarla, lo cual es muy otra cosa que mirarla . . . y tocarla. Esta actitud, resultado de un encuentro bajo una luz desfavorable, legítima como experiencia humana, poco y nada tiene que ver con la verdad de la matemática vista desde adentro.

Desde luego que la matemática no es ni perfecta ni terminada, muy lejos de ello. En cuanto a sus imperfecciones baste recordar las borrascas que la agitan de cuando en cuando: la demencia de los irracionales, la “irrealidad” de los números imaginarios, el escándalo de los infinitamente pequeños, las paradojas de las cosas que se contienen a sí mismas. Y si terminada y finada está ¿no será porque apenas si le ven los pies inmóviles fijos en la tierra, mientras su cabeza se pierde entre las nubes? Poco me arriesgo si digo que, desde mis trece años, momento en que adquirí la noción de que las matemáticas estaban irremediablemente concluidas, hasta la fecha, se ha hecho más matemática en el mundo que en todos los siglos precedentes. A punto de morir crece más que nunca: *Mathematical Reviews* en su número de enero de 1944, en 28 páginas, revista de 160 artículos clasificados bajo nueve encabezamientos; casi cuarenta años más tarde, su número de marzo de 1983 tiene 340 páginas, 3202 artículos y 94 titulares. Aquí viene muy al caso decir: “Señores, las matemáticas que habéis matado gozan de muy buena salud”. Y sin embargo hace poco ¿no rechazaba un rector de universidad un proyecto de investigación sobre un tema a su parecer muy manido, alegando que eso sería como pretender hacer investigación en álgebra? Tampoco es de fiar aquella admiración tan mal motivada. Haya una discusión entre un matemático y uno que no lo es, y de pronto se hará manifiesta su mala alianza: “Pues no crea usted que en la vida todo es dos y dos son cuatro”, le dirán —golpe bajo, injusto y gratuito— e inútil será que responda que no siempre en matemática dos y dos son tan lindamente cuatro, porque no le creerán. La falta de humanidad que creen percibir en la matemática la hacen extensiva a los matemáticos: ¿qué pueden saber ellos de la vida?

* Conferencia originalmente ofrecida en septiembre de 1981 en Córdoba, Argentina, con motivo de la celebración del XXV° aniversario de la creación del Instituto de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba.

Pero dejémonos de estas polémicas y estadísticas, más propias de gobernantes; ocupémonos de indagar cómo aparece la matemática en el ánimo de aquellos que, más que como objeto, la ven como un propósito, como un quehacer. De este modo aprenderemos a la vez a conocer al matemático, que matemático es el que hace matemática, no el que la conoce y usa. Como hemos dicho, ellos miran hacia la matemática por hacer, hacia un mundo informe, inexistente, de vagas y sutiles nebulosidades cuya única realidad —diría un filósofo del siglo pasado— es su voluntad de ser. En este mundo, libre de las ataduras de lo concretamente existente de la matemática heroica que acabamos de ver, caben todas las fantasías, sueños, ilusiones, extravíos, caprichos, devociones, anhelos, gustos, pasiones, . . . , en una palabra, cabe el hombre entero, con su cuerpo inclusive, que no puede decirse que no se haga matemática con los sentidos. Si bien es cierto que el producto acabado aparece en forma de proposiciones ligadas por razonamientos lógicos, se equivocaría quien pensase que la matemática se hace razonando, que es puro ergotizar. La lógica no es más que el folleto de los movimientos permitidos en este gran ajedrez que es la matemática; los silogismos son las leyes de juego, leyes que hacen el juego posible e interesante, pero que en modo alguno son el juego mismo. El matemático demuestra, es cierto, y en su demostrar parece razonar, pero hace mucho más. Como para demostrar necesita un punto de partida, una meta, y un camino, y como éstos no son siempre dados, tendrá que inventarlas, la lógica no los da. ¿Adónde podría llegar un caminante sin destino en un terreno sin senderos ni rumbos? Es como quien llega a un río y tiene que alcanzar la ribera opuesta que no ve. Presumiendo tener sus pies en esta ribera —que a veces ni eso sabe— empieza por hacer un salto ideal hacia una cabecera de puente en la ribera opuesta, que acaso no existe, y luego echa piedras en el lecho del río, una después de otra, tratando de producir en el agua un sendero que le lleve a saltitos a la meta imaginada; ni que decir que la mayor parte de las veces termina en una ciénaga. ¿Qué guía al matemático en esta labor de pontonero? En primer lugar, ciertos hábitos de artesano, técnicas conocidas que se aplican a situaciones diversas: Si se trata de acotar una integral, empezará por dividirla en tres partes; si en álgebra, tomará con las manos las puntas de un diagrama tratando de cerrarlo; ante una ecuación diferencial en derivadas parciales su reflejo condicionado será una integración por partes; una ecuación funcional suscitará en él la idea fija del punto fijo, más fija si es no lineal. Luego viene la intuición física o geométrica que convierten el pensar en ver y tocar. Como todo el mundo, el matemático a punto de comprender dice “ya veo”, sólo que en él no se trata de una figura del lenguaje, dice ver lo que está efectivamente viendo. Como a menudo ocurre en álgebra, esta intuición puede ejercitarse también sobre símbolos que se prestan al manipuleo combinatorio. Todos conocen las orgías de flechas a las que se entregan los algebristas; las flechas representan aplicaciones, o más precisamente, morfismos, pero cuando se trabaja con ellas no son nada más que flechas. Algunos llevan este arte al virtuosismo más extremo. A.A. Albert escribía diagramas y flechas con las dos manos a la vez. A un nivel más alto aparecen las valoraciones de tipo estético que hacen elegir una proposición como verdadera y valiosa sólo porque

parece introducir más armonía entre las cosas. La creencia de que la verdad y la belleza andan de la mano es tan antigua como el hombre. También la mayor generalidad es un criterio de marcha, una proposición que involucra varias otras es siempre deseable, así como lo son los criterios de unidad, simplicidad y economía. La latitud de las motivaciones posibles es enorme y cada cual tiene ocasión de echar mano a las que más convienen a su personalidad. La matemática también es un medio de autoexpresión, y no es extravagancia decir que uno cuenta su vida toda vez que demuestra un teorema. Así ocurre que el matemático, como cualquier artista, tiene su estilo propio. Hay quienes se abren camino a hachazos y recortan teoremas de bordes ásperos y descuidados, y que, como otros tantos Patton de la matemática, prosiguen su marcha indiferentes a todo lo que no sea ganar terreno; éstos dejan no pocos quebraderos de cabeza a los que los siguen. Otros en cambio, más sensibles a la armonía de las formas, dan a sus resultados una terminación de alto brillo de modo que todo sea simple, directo y natural; diríase que prefieren un teorema elegante y falso a uno hirsuto y verdadero. El término “natural” que acabamos de utilizar parecerá sin duda incongruente a quien no está advertido que en matemática, natural puede ser el producto elaborado, rara vez lo es la materia prima. Es bien sabido que las demostraciones espontáneas y naturales en el sentido corriente del término suelen ser las más enrevesadas. La naturalidad es una engañosa propiedad de la que caen víctimas aquellos que después de haber leído un texto “natural” tratan de imitarlo. Como en literatura, en matemática la naturalidad es resultado de largas y penosas horas de trabajo.

La investigación matemática, ya lo hemos dicho, no está exenta de las zozobras, angustias, anhelos y alegrías que acompañan al hombre en su vivir diario. Llega el matemático a una idea y, antes de saberla cierta, se deleita contemplándola y creando un paraíso en torno de ella; la demostración vendrá luego, si viene, y no es raro que trate de posponerla para alargar su goce. Sin embargo, la angustia, una especie de angustia placentera —pues el matemático es un poco masoquista— es su compañera más fiel. Su vida es una tortura continua, siempre en lucha con esa demostración que no sale, flaqueada por el temor de que justamente salga . . . al revés, pues él bien sabe que salvo rarísimas excepciones todas las demostraciones son falsas. Angustiado y obsesionado, con los ojos vueltos hacia adentro, anda como un sonámbulo; no deja sus problemas ni los problemas lo dejan a él; en un rumiar continuo las mismas ideas pasan una y otra vez por su molino mental, día y noche, con prescindencia casi de su voluntad. De allí la dificultad, bien conocida por los administradores, de reglamentar su actividad. Llega al fin de tanta pena al resultado ansiado, y allí debiera ser el gran regocijo, la gran fiesta, . . . , y lo es, sí, sólo por un instante, porque al punto de resolver el problema advierte que lo ha destruido, y que el muñeco despanzurrado a sus pies no es ya juguete entre sus manos. Es el anticlima, la náusea intelectual.

Volvamos —que es este asunto interesante— al hecho ya mencionado de que la consecuencia lógica, aunque necesaria, no es sino un ingrediente menor en el quehacer matemático. Sorprenderá a muchos saber que la comprensión de los detalles elementales, de los pasos lógicos de una demostración o teoría no es en modo alguno

garantía de la comprensión del conjunto. Años hace Rodolfo Ricabarra, alumno y amigo mío, expresaba esto mismo diciendo a la salida de una clase magistral de Teófilo Isnardi: “Todo fue tan claro que no entendí nada”. Es que comprender para el matemático es entrar en posesión, o por lo menos creer entrar en posesión, de las motivaciones que le harían posible reconstruir el resultado, motivaciones que la lógica escueta no lleva consigo. Así pues se puede, y a menudo ocurre, comunicar un resultado sin revelar la idea; es la técnica conocida de “sacar la escalera”, que no siempre es intencional. Despojada de su andamiaje y construcciones auxiliares la conclusión queda monda y lironda, clara e incomprensible. Este es el inconveniente de los productos demasiados refinados; en matemática como en otras cosas las impurezas son responsables del gusto. Seguramente esto se debe —dirán algunos— a la mezquindad humana que hace ocultar lo que no se quiere dar. Pues no, ya que esto puede también ocurrir al matemático enfrentado con su propia obra: no es raro que en su continuo andar y hurgar dé con una serie de argumentos que conducen a un resultado que no espera; él simplemente dirá que no sabe lo que ha hecho. Guárdenos pues de la creencia muy generalizada de que la matemática es puro mecanismo. Mecanismo hay, pero la creación es su parte más seria e importante; recordemos simplemente aquellos puntos de partida, rumbos, metas y caminos, no siempre dados, que hay que inventar. En este punto viene muy al caso lo que decía Halmos: “Un lema es una proposición auxiliar; un corolario, una consecuencia inmediata de otra; un teorema, no sé en realidad qué es, pero una definición, eso sí sé, es un teorema difícil”. Para él, como para nosotros, la fijación de conceptos, es decir, la creación de objetos matemáticos, es la parte difícil e importante de esta disciplina. Es así que Stephan Bergman —matemático ruso muerto hace pocos años— podía decir sin menoscabo de sí “yo no soy bueno para las demostraciones”, dando a entender que sí lo era en la parte más importante de las matemáticas, la imaginativa.

Desde luego, los matemáticos resuelven problemas. En efecto, su vida es un continuo proponer y enfrentarse con problemas, sólo que no siempre los problemas se presentan en la forma clásica de probar la verdad o falsedad de este o aquel enunciado; cuando así ocurre bien puede decirse que están a medias resueltos. Hay problemas que se insinúan pero que no se enuncian enteramente, simplemente porque no se sabe cómo, faltan los términos adecuados; justamente allí reside la dificultad. Son un poco como el Jabberwocky en *Alice in Wonderland*: “Twas brillig, and the slithy toves . . .” en el que la mayor parte de las palabras no tienen significado, aun cuando sí parece tenerlo el conjunto, exactamente al revés de esas minuciosas cadenas lógicas en que todo menos el final se comprende. Dice Alicia: “En cierto modo parece llenar mi cabeza de ideas, sólo que no sé exactamente cuáles; sin embargo, alguien mata algo, eso es claro de todas maneras”. Lo mismo con los problemas, el que quiera resolverlos tendrá que hacer un gran trabajo de relleno conceptual. Esto suele exasperar al novicio que pide un enunciado con pelos y señales. “Pero ¿qué hay que demostrar?”, insiste. “Ay m’hijito, eso lo tendrá que averiguar usted”. La lucha contra algo que no se sabe nombrar, que por momentos es y por momentos no es, algo que no ofrece resistencia ni tampoco asidero, que

aparece y desaparece como un fantasma, y que al punto de ser apresado cambia su naturaleza, como el genio de la redoma, ésa es justamente la dificultad de la dificultad.

La matemática es, y no es, seria. Es seria por tratarse de una ocupación difícil, que exige dedicación y concentración extremas, y por su enorme peso y significación en todas las áreas de la actividad humana. No lo es en el ánimo de quien la cultiva, que ve en ella el más frívolo y placentero de todos los juegos, a la vez que el más apasionante. Nada como jugar se parece más a la investigación matemática. Por eso cabe pensar que si en las escuelas se enseñara la matemática como un recreo, tal vez se obtendrían mejores resultados. “Muchos creen que por no reírse son serios”, decía Rey Pastor en defensa de la alegre puerilidad de los matemáticos.

Como todo operario, el matemático sufre también deformaciones profesionales. No como muchos creen que la cabeza le crezca desmedidamente a expensas de un cuerpecillo endeble —que atletas notables hay entre ellos— sino que, habituado al manejo de cosas de extrema sencillez, las únicas tratables racionalmente, se desconcierta fácilmente ante situaciones complejas, oponiendo un escepticismo bien fundado a todas las explicaciones. Poco le cuesta desbaratar un argumento pero halla difícil formular un juicio. Es en cierto modo una forma de timidez; otros no la tienen y no por ello sus juicios son más atinados.

En cuanto a la forma externa de su vida, el matemático —que de ordinario vive en oficinas— no es un oficinista. Tiene sí su mesa de trabajo pero no se apega a ella; por el contrario, a menudo la abandona, va y viene, como si un poco de agitación le ayudara a poner en marcha las ideas. Poincaré dio testimonio de ello, y todo el mundo lo sabe, la matemática se hace en cualquier parte. Por otra parte la hoja de papel, ese escueto espacio en blanco, es demasiado estrecho para el libre discurrir de las ideas, así como la escritura es torpe y lenta para expresarlas. Para ser fecundadas las ideas deben desembarazarse de lo accesorio y proyectarse en el gran espacio mental donde se produce la alquimia que transmuta unas en otras y les asegura descendencia. Una vez en tierra el técnico matemático se ocupará, lápiz en mano, de separar las estériles de las fecundas y de recoger los frutos; en este punto la matemática está ya camino de su materialización. La escritura en lo material con la lógica en lo formal forman el marco dentro del cual el matemático ejercita su oficio, tiranas ambas pero menos querida la primera que no se duda en calificar de “tarea sucia”.

¿Descubre o crea el matemático que por primera vez demuestra un teorema? A mi entender crea, pues creo que la matemática es de factura enteramente humana; pero hay quienes piensan que descubre, y que la matemática tiene una existencia objetiva no concreta que el hombre va vislumbrando poco a poco, como si Dios la dejara entrever de entre los pliegues de su manto. Sea como fuere, el matemático, si es honesto, casi siempre ve sus resultados como frutos del azar, como afortunados hallazgos, pura suerte, y dirá con la canción “Mirá lo que me encontré por andar agachadito”. Y así estos productos de las entrañas del espíritu, que más que nada debieran ser hijos de quienes los crean, parecen venir desde afuera traídos por la casualidad, inspiración, o feliz combinación de aminoácidos. Siempre un alter ego

—diosa junto al guerrero, musa del poeta, grillo en la oreja de Pinocho— viene a arrebatarse el mérito de la victoria. Todo es cuestión de suerte, sí, pero, labriego o matemático, la suerte favorece al que marcha agachado por el surco del arado.

Eduardo H. ZARANTONELLO